CHAPITRE VI

INDICES

Ce chapitre est réservé aux spécialistes et aux lecteurs qui souhaitent étudier à fond la théorie. Il permet de se rendre compte, à titre d'exemple, des nombreuses possibilités de développement de cette théorie. Il est néanmoins conseillé d'au moins le survoler une fois pour se faire une idée convenable de son contenu.

6.1 GENERALITES

Il existe une multiplicité d'indices usuels, dont le concept individuel parait simple et ne pas mériter d'étude particulière. Pourtant, selon la méthodologie habituelle à cette recherche, je suis reparti des bases pour préciser les définitions, les concepts utilisés et les approximations admissibles, quitte à enfoncer des portes ouvertes. J'ai pû ainsi mettre au point des relations entre indices dont certaines paraissent nouvelles, grâce à cette théorie. Aussi j'ai rassemblé dans ce chapitre différentes notions nécéssaires à ces relations entre indices.

Un indice est le **rapport** (division) d'un **résultat variable quelconque** sur sa valeur d'origine. Ce résultat est appelé, à chaque instant, **base de mesure**, ou encore **champ de mesure** de l'indice. Ceci suppose que la *logique de définition de l'enveloppe* temporelle et catégorielle de ce résultat quelconque soit constante pendant toute la vie de l'indice. Si le nombre d'éléments recensés dans ce résultat est constant et que seuls certains de leurs coëfficients varient, la base de mesure sera dite **fixe**. Si au contraire le nombre d'éléments recensés pour ce résultat varie dans la mesure où la *logique de recensement* reste la même pour être *signifiante*, la base de mesure sera dite **évolutive**.

Un indice étant le rapport de deux valeurs de même concept et de même étalon est forcément *sans dimension* au sens usuel de la physique *classique*. Cependant, la généralisation des équations aux dimensions relativistes(1) nous a montré qu'un indice a la dimension de l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels, liée à l'écoulement du temps qui modifie les dilatations relativistes(2). Un indice est donc une *variable* avec le temps et nous dirons qu'il a la dimension relativiste $\mathbb{R}$.

Usuellement les indices sont multipliés par 100 lors du résultat des calculs. Mathématiquement cette multiplication finale est encombrante et nous considérerons que la **base de départ est 1** (et non pas 100) de telle sorte que l'indice s'écrira simplement :

---

[1] pages 39 et suivantes.

[2] La dimension n'est pas celle du temps, car il n'intervient pas en multiplicateur direct, proportionnel, dans la grandeur substantielle des étalons.

$$i_\theta = \frac{X_\theta}{X_{\theta_0}} \qquad \text{avec } i_{\theta_0} = 1$$

où X_θ est la valeur de la base de mesure de l'indice[3], à chaque instant θ.

Pour allèger notre symbolique, nous supprimerons les références temporelles θ_0, θ, $\Delta\theta$, $d\theta$ lorsqu'elles ne sont pas indispensables à la compréhension des équations. L'indice d'une base de mesure, ou champ de mesure, s'écrira alors plus simplement :

$$\boxed{i = \frac{X}{X_0}} \quad \text{avec } i_0 = 1$$

Nous ne nous encombrerons pas non plus de corrections des variations saisonnières statistiques, toujours un peu contestables, et réinjectables à postériori à la fin des calculs.

Le problème temporel se complique un peu pour les indices de *flux* qui sont les plus usuels. Chaque référence du résultat est alors définie sur une **période de mesure** (par exemple le mois), différente de la **période d'évolution** (sur plusieurs années) de l'indice. Le repérage temporel d'un indice de flux est donc un repérage des périodes de mesure et non un repérage d'instants de mesure comme pour les indices de bilans (ou de stocks). Pour que les volumes de certaines bases évolutives (par exemple une base de ventes) soient comparables et signifiants, il est nécéssaire que les périodes *de mesure* soient *homogènes* par rapport à cette base, c'est à dire de *durées identiques* pour toutes les mesures (par exemple la semaine). Nous supposerons qu'il en est ainsi en n'entrant pas dans le détail de correction des jours ouvrables pour des indices non homogènes comme le mois.

Mathématiquement le repérage temporel d'un indice de flux se fera alors très simplement par la définition d'une **période de mesure constante** $\Delta\theta$, et par le choix d'un **instant d'évolution** θ qui permette de repérer exactement l'emplacement de cette période de mesure. Par exemple on pourra choisir de repérer les périodes de mesure par l'instant d'origine (entre θ et $\theta + \Delta\theta$), par l'instant médian (entre $\theta - \frac{\Delta\theta}{2}$ et $\theta + \frac{\Delta\theta}{2}$) ou par l'instant d'extrémité (entre $\theta - \Delta\theta$ et θ). Les résultats de ces différentes méthodes seront mathématiquement identiques *à condition* de décaler d'autant le repérage des différents choix de θ, de telle sorte que les périodes de mesures soient effectivement les mêmes.

a) indices différentiels[4]

On peut aussi définir, en cas de besoin, la **variation de l'indice** sur une période d'évolution $(\theta_2 - \theta_1)$:

---

[3]Nous n'utilisons pas ici la symbolique majuscule/minuscule de la théorie des valeurs (normatives/transactionnelles), en réservant les majuscules à la base totale, et les minuscules aux variables. Nous reviendrons rapidement à notre symbolique habituelle.

[4]Le lecteur rapide peut sauter au paragraphe c) page 435.

$$\Delta i = \frac{\Delta X}{X_0}$$

Lors de l'étude des flux, tant dans la théorie directe par l'algèbre que dans la théorie généralisée des espaces vectoriels comptables, nous avons été obligés d'utiliser des équations différentielles pour inclure les variables continues comme les services ou le temps de travail. Il en est de même pour les indices de flux correspondant à ces résultats dont les variations seront alors des *variations différentielles infinitésimales.* Ce qui supose que **la base de l'indice puisse être considérée comme une fonction continue**, soit en transformée par moyennes mobiles, soit parce que les variations des éléments sont très discrètes par rapport à l'ensemble. **Nous le supposerons pour toute l'étude qui va suivre**.

Mais là, à priori, deux choix sont possibles : est-ce la période de mesure $\Delta\theta$ ou la période d'évolution (entre θ_0 et θ) qui devient infinitésimale ? Cela dépend de l'usage mathématique que l'on veut faire.

On définira donc d'abord la différentielle de la *période de mesure* entre θ' et θ' + dθ (pour bien distinguer entre la *borne finie* θ' et la *différentielle de la période* Δθ). C'est une différentielle *partielle* que nous noterons[5] :

$$d^m i = \frac{\partial^m X_\theta}{X_0} \qquad \text{(m comme période de } \textit{mesure}\text{)}$$

et que l'on peut intégrer *sur la période de mesure* Δθ, entre θ' et θ' + dθ pour obtenir directement[6] l'indice à l'instant θ' :

$$\text{(I1)} \qquad i_{\theta'} = \int_{\theta'}^{\theta'+\Delta\theta} \frac{\partial^m X_\theta}{X_0} = \frac{X_{\theta'}}{X_0} = \frac{X'}{X_0}$$

L'intégration à partir d'une seule différentielle partielle est possible dans ce cas où l'autre différentielle partielle (de la période d'évolution) est nulle, quand la période d'évolution est considérée comme fixe pendant le calcul.

On peut aussi définir la différentielle de la *période d'évolution* entre θ et θ + dθ. C'est aussi une différentielle *partielle* que nous noterons[7] :

---

[5]Le symbole $d^y X$ est une différentielle élémentaire temporelle pour les éléments discontinus, similaire à $\frac{\partial X}{\partial y} dy$ pour les fonctions continues (Cf. annexe mathématique § A.12 page a-13).

[6]car c'est la définition même du recensement de la base de mesure sur la période de mesure entre les instants θ' et θ' + Δθ.

[7]car $d^m X_{\theta+\Delta\theta} - d^m X_\theta$ est la différence de la période de mesure variable entre θ et θ + dθ, donc sur une période *fixe* Δθ, mais à partir de l'instant *variable* θ. C'est justement la définition de $\partial^e X_\theta$. Bien noter que $X_{\theta'} = X'$ *fini* se mesure toujours entre θ_0 et θ'.

$$d^e i = \frac{d^e X_\theta}{X_0} = \frac{d^m X_{\theta+\Delta\theta} - d^m X_\theta}{X_0} \quad \text{(e comme période d'évolution)}$$

et que l'on peut intégrer *sur la période d'évolution* entre une *origine* quelconque θ_0 et θ' :[8]

$$\int_{\theta_0}^{\theta'} \frac{d^e X_\theta}{X_0} = \int_{\theta_0}^{\theta'} \frac{d^m X_{\theta+\Delta\theta}}{X_0} - \int_{\theta_0}^{\theta'} \frac{d^m X_\theta}{X_0}$$

$$= \int_{\theta_0+\Delta\theta}^{\theta'+\Delta\theta} \frac{d^m X_\theta}{X_0} - \int_{\theta_0}^{\theta'} \frac{d^m X_\theta}{X_0}$$

$$= \int_{\theta_0}^{\theta'+\Delta\theta} - \int_{\theta_0}^{\theta_0+\Delta\theta} - \int_{\theta_0}^{\theta'}$$

$$= \int_{\theta_0}^{\theta+\Delta\theta} - \int_{\theta_0}^{\theta'} - \int_{\theta_0}^{\theta'+\Delta\theta}$$

$$= \int_{\theta'}^{\theta'+\Delta\theta} \frac{d^m X_\theta}{X_0} - \int_{\theta_0}^{\theta_0+\Delta\theta} \frac{d^m X_\theta}{X_0}$$

$$= \frac{X_{\theta'} - X_0}{X_0} = \frac{\Delta X}{X_0}$$

Alors que la première intégration I1 de la page préce dente somme les éléments de la période recherchée entre θ' et θ' + Δθ pour obtenir directement l'indice fini, cette deuxième intégration fait glisser la période constante Δθ en ajoutant les éléments entre θ' et θ' + Δθ *et en retranchant* les éléments de la période d'origine entre θ_0 et $\theta_0 + \Delta\theta$. C'est une intégration **en périodes mobiles** (de durée constante).

On obtient alors l'indice fini de la période de bornes θ et θ' par l'intégrale :

$$i_{\theta'} = i_0 + \int_{\theta_0}^{\theta'} \frac{d^e X_\theta}{X_0} \qquad \text{avec } i_0 = 1$$

Par contre si on intègre sur la seule période d'évolution Δθ entre θ' et θ' + Δθ, l'intégration donnera la *différence* entre la période *suivante* de borne θ' + Δθ et la période de borne θ' :

---

[8]On obtient la première égalité de la première ligne d'après la définition de $d^e i$, et la deuxième égalité de la première ligne en ajoutant et en retranchant $\int_{\Delta\theta}^{\Delta\theta} \frac{d^m X_\theta}{X_0}$. On utilise ensuite la relation de Chasles sur les bornes des intégrales : AB + BC = AC ou BC = AC - AB (voir annexe mathématique § A.7 page a-7).

$$\int_{\theta}^{\theta'} \frac{d^e X_\theta}{X_0} = \frac{X_{\theta'+\Delta\theta} - X_\theta}{X_0} = i_{\theta'+\Delta\theta} - i_{\theta'}$$

Dans tous les calculs qui suivront, **nous n'utiliserons que la différentielle de la période de mesure**, intégrée sur cette période de durée constante. On pourra donc utiliser une symbolique unique simplifiée[9] :

$$\boxed{di = \frac{dX}{X_0}} \quad \text{au lieu de} \quad d^m i = \frac{\partial^m X_\theta}{X_0}$$

à intégrer sur la *période de mesure* entre θ' et θ' + Δθ, consécutive à la période de mesure précédente entre θ' - Δθ et θ' (on peut aussi supprimer le prime quand aucune confusion n'est possible entre l'instant θ' de l'indice et la variable θ d'intégration).

b) indices logarithmiques

On pourra aussi écrire :

$$\boxed{\frac{di}{i} = \frac{dX}{X}} \quad \text{car } i = \frac{X}{X_0}$$

La variation *relative* $\frac{dX}{X}$ de tout résultat X, encore appelée **différentielle logarithmique** pour des raisons que nous rappelerons ci-après, est donc l'expression mathématique *directe* de la variation *relative de son indice*, sur la *période de mesure*. C'est à dire qu'on peut *remplacer* dans les équations différentielles, la différentielle logarithmique d'un indice $\frac{di}{i}$ par celle de son champ de mesure $\frac{dX}{X}$.

Mathématiquement dans ces équations différentielles, le repérage de l'évolution de l'indice ne se fait plus alors, en cas de résultat de flux, par des *périodes* de mesure *finies*, mais par des *instants* de mesure (et des périodes infinitésimales), comme pour tout résultat de bilans (ou de stocks). Tout ce que nous allons voir dans ce paragraphe est donc **valable aussi bien pour des résultats de flux que pour des résultats de bilans** (ou de stocks).

Rappelons au lecteur peu averti les simplifications de calcul des différentielles logarithmiques, égales *par définition* à $\frac{dX}{X}$ car $d(\text{Log } X) = \frac{dX}{X}$.

. la différentielle logarithmique (ou variation *relative* infinité-

---

[9]En réalité la différentielle totale dX qui dépend de deux variables - la période de mesure et la période d'évolution - est la somme de ses différentielles partielles $dX = d^mX + d^eX$. Mais nous considèrerons en permanence que $d^eX \equiv 0$, c'est à dire que la période d'évolution est finie, et que seule la différentielle de la la période de mesure est à intégrer. Nous aurons donc :

$$di = d^m i = \frac{d^m X}{X_0} = \frac{dX}{X_0} \quad \text{au lieu de } di = d^m i + d^e i$$

simale) d'une **multiplication** de *variables* est **l'addition** des *différentielles logarithmiques* des composants de la multiplication :

si $X = x.y.z$

on a $$\frac{dX}{X} = \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} + \frac{dz}{z}$$

. la différentielle logarithmique (ou variation *relative* infinitésimale) d'une **division** de *variables* est la **soustraction** des *différentielles logarithmiques* des composants de la division (numérateur moins dénominateur) :

si $X = \frac{x}{y}$

on a $$\frac{dX}{X} = \frac{dx}{x} - \frac{dy}{y}$$

. les facteurs constants disparaissent :

si $X = \frac{(2x)(3y)}{5z}$

on a toujours $$\frac{dX}{X} = \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} - \frac{dz}{z}$$

. inversement, en *intégrant* ces équations différentielles *infinitésimales*, c'est à dire en revenant à leur *équivalence finie*, il apparait une constante dite **constante d'intégration**. Par exemple, l'intégration de la dernière équation différentielle ci-dessus donne :

$$X = k\,\frac{x.y}{z}$$

Pour éviter de surcharger nos équations en utilisant autant de symboles différents k_1, k_2, etc..., nous n'emploierons qu'un seul symbole **générique k** pour **toutes les constantes multiplicatives** de toutes les équations. Ainsi k pourra représenter différentes valeurs constantes, *même en cours de calculs*, en englobant des nouvelles constantes multiplicatives qui pourraient apparaître. On pourrait ainsi écrire :

$$X = k\,\frac{x}{2} = k.x$$

ce qui peut tromper le lecteur non averti.

. ces propriétés des différentielles logarithmiques sont la conséquence des propriétés directes des logarithmes qui remplacent une multiplication par une addition et une division par une soustraction (exemple classique de la règle à calculs). Car :

si $X = k.x.y$

on a $\text{Log } X = \text{Log } k + \text{Log } x + \text{Log } y$

et en différentiant :

(I2) $$\frac{dX}{X} = \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y}$$

puisque la différentielle d'une constante Log k est nulle.

. il est important de noter que la différentielle logarithmique

$\frac{dX}{X}$, ou variation relative infinitésimale, ne fait plus intervenir la base de départ X_0, ni l'indice i_0. Elle compare donc la variation *infinitésimale* (ou très faible) dX, non pas à la valeur de départ X_0 mais à la valeur X *précédant immédiatement chaque* période de mesure *infinitésimale* (ou très courte) entre θ et $\theta + d\theta$.

. les formules précédentes ne sont utilisables **que pour les multiplications ou divisions** de *variables composantes*, mais **pas pour des additions ou soustractions** de ces variables (ne pas confondre les opérations sur les variables X avec les opérations sur leurs différentielles logarithmiques dX/X, ou encore sur leurs différentielles simples dX).

Nous utiliserons largement cette simplification mathématique, car de nombreuses relations que nous étudierons sont des multiplications ou des divisions de bases de mesure, ou de leurs indices.

On pourrait en conclure, à première vue, que des variations relatives faibles mais *finies* de bases de mesure (ou d'indices) composants d'un produit (multiplication) s'ajoutent pour donner la variation relative *finie* de la base résultante (ou de l'indice), et que des variations faibles mais *finies* de bases de mesure (ou d'indices) composants d'un rapport (division) se retranchent.

Ce serait une erreur, surtout sur de longues périodes de mesure ou d'évolution, ou pour de grandes variations des indices. En effet le *remplacement* de la variation relative *finie* $\frac{\Delta X}{X}$ d'un indice (ou de sa base) définie sur une période *finie*, même si elle est très courte, par une différentielle logarithmique $\frac{dX}{X}$ définie de façon *infinitésimale* est une simplification mathématique commode pour les calculs théoriques, mais **c'est une approximation** dans l'application pratique.

Par exemple pour deux indices x et y composant un produit :

$$X = x.y$$

et qui varient chacun de 5 % seulement sur la période de mesure on a *exactement* :

$$X + \Delta X = (x + \Delta x)(y + \Delta y)$$

$$= 1{,}05 \, . \, 1{,}05 = 1{,}1025$$

soit $\Delta X = 0{,}1025$

mais par l'approximation des différentielles logarithmiques assimilées aux variations finies on a seulement :

$$\frac{dX}{X} = \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} = 0{,}05 + 0{,}05 = 0{,}10$$

soit $dX = 0{,}10$

et une erreur entre dX et ΔX de 0,0025 = 0,25 % rapportée à la base précédant la période de mesure.

Comme nous voulons utiliser les différentielles logarithmiques *infinitésimales* en approximation des variations relatives *finies*, il semble donc utile d'étudier les *limites de validité* acceptable pour cette approximation, et même de *corriger* l'approximation en grande partie, si c'est nécéssaire pour des variations rapides.

Pour cela il faut se rappeler qu'une différentielle logarithmique rapporte la variation dX à la valeur X qui précède *immédiatement* chaque mesure infinitésimale dX, et que seules les variations infinitésimales *relatives* dX/X sont additionnables exactement. Et non pas les variations infinitésimales *linéaires* dX/X', où la valeur de début de période X' (ou valeur de la période de mesure précédente) est une *constante.*

Par exemple, pour un indice mensuel qui varierait rapidement, il faudrait rapporter *chaque* différence journalière (ou plus fréquente encore) à la *nouvelle* valeur X du *jour précédent.* Le remplacement sans précaution de l'intégration logarithmique $\int_{\theta'}^{\theta'+\Delta\theta} \frac{dX}{X}$ par l'intégrale $\int_{\theta'}^{\theta'+\Delta\theta} \frac{dX}{X'} = \frac{\Delta X}{X'}$ (ou inversement) devient de plus en plus faux quand on avance dans la période de mesure *finie*, puisqu'on garde au dénominateur la valeur X' *de début de période*, au lieu de la réactualiser au fur et à mesure.

Prenons l'exemple d'un indice (ou de sa base) résultant d'une seule multiplication de deux indices (ou deux bases) composants :

$$\frac{X}{X_0} = \frac{x}{x_0} \cdot \frac{y}{y_0} \text{ sur la base de départ}$$

ou encore $\frac{X}{X'} = \frac{x}{x'} \cdot \frac{y}{y'}$ sur la base précédant la période

de mesure car $\frac{X'}{X_0} = \frac{x'}{x_0} \cdot \frac{y'}{y_0}$ par définition de l'indice composé X'

Puisque X', x' et y', qui concernent l'indice précédent, sont des constantes lorsqu'on aborde la période en cours, on a bien *exactement* :

$$\frac{dX}{X'} = \frac{dx}{x'} + \frac{dy}{y'}$$

en variations *infinitésimales* dans lesquelles X, x et y de la différentielle logarithmique I2 page 427 ne sont pas X', x' et y' de début de période de mesure de cette équation (encore moins X_0, x_0 et y_0 d'origine de la création de l'indice).

Remplacer l'équation différentielle exacte I2 par la formule *finie* :

$$\frac{\Delta X}{X'} = \frac{\Delta x}{x'} + \frac{\Delta y}{y'}$$

est une approximation, même pour une faible période comme le mois. On remplace en fait une équation exacte aux différentielles *logarithmiques* par une équation *mathématiquement fausse* aux différentielles *linéaires*, car $\Delta X = \int dX$ est l'intégrale de différentielles linéaires. Cette approximation devient même grossière, ou inadmissible, si les indices composants varient rapidement (chacun plus de 5 % sur la période de mesure).

En effet, la formule exacte est, pour cet exemple :

$$\frac{X' + \Delta X}{X_0} = \frac{x' + \Delta x}{x_0} \cdot \frac{y' + \Delta y}{y_0}$$

ou encore $$\frac{X' + \Delta X}{X'} = \frac{x' + \Delta x}{x'} \cdot \frac{y' + \Delta y}{y'}$$

puisque $$\frac{X'}{X_0} = \frac{x'}{x_0} \cdot \frac{y'}{y_0}$$

soit $$\left(1 + \frac{\Delta X}{X'}\right) = \left(1 + \frac{\Delta x}{x'}\right)\left(1 + \frac{\Delta y}{y'}\right)$$

ou enfin $$\frac{\Delta X}{X'} = \frac{\Delta x}{x'} + \frac{\Delta y}{y'} + \frac{\Delta x . \Delta y}{x' . y'}$$

L'emploi inconsidéré de la formule logarithmique *réduite à son expression linéaire* (en remplaçant les *variables* du dénominateur X, x et y par les *constantes* X', x' et y') revient donc à négliger le *terme du 2ème ordre* $\frac{\Delta x . \Delta y}{x' . y'}$ qui peut devenir important pour des variations rapides.

Il est donc nécéssaire d'en tenir compte, c'est à dire de le réincorporer dans le calcul. Ceci revient à calculer *d'abord* $\frac{x' + \Delta x}{x'}$ et $\frac{y' + \Delta y}{y'}$ (ou $\frac{x' + \Delta x}{x_0}$ et $\frac{y' + \Delta y}{y_0}$) et de faire normalement la multiplication. Mathématiquement, ceci revient encore à *intégrer* les équations aux différentielles logarithmiques qui deviennent alors *exactes* pour des variations finies (*après intégration*).

La conclusion évidente de cet exemple est qu'il faut toujours revenir individuellement aux mesures *finies* (ou aux indices), c'est à dire aux variations *intégrées* qui sont *multiplicatives*[10], et ne pas se contenter des variations *additives* des équations différentielles logarithmiques qui sont *inexactes* pour des variations *finies.*

C'est de loin la meilleurs solution, d'autant plus que la rectification du calcul avec les différentielles logarithmiques (qui revient *en fait à les intégrer*) se complique très vite dès que le nombre de composants augmente, ou dès qu'on a des divisions.

On peut néanmoins, dans le cas général, utiliser l'approximation des différentielles logarithmiques additives ou soustractives avec une précison suffisante pour des variations finies, mais encore faudrait-il limiter l'erreur *au delà du 2ème ordre.*

En effet, en reprenant l'exemple précédent dont l'équation différentielle :

$$\frac{dX}{X} = \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y}$$

est *exacte* pour une période *infinitésimale*, on peut *intégrer* cette équation sur la période de mesure *finie* entre θ' et θ' + Δθ, soit *exactement* :

$$\int_{\theta'}^{\theta'+\Delta\theta} \frac{dX}{X} = \int_{\theta'}^{\theta'+\Delta\theta} \frac{dx}{x} + \int_{\theta'}^{\theta'+\Delta\theta} \frac{dy}{y}$$

---

[10]avec le principe de *circularité* : $i_0^{\theta'} = i_0^{\theta} . i_{\theta}^{\theta'}$

et le principe de *réversibilité* : $i_0^{\theta'} = \frac{1}{i_{\theta}^{0}}$

formule additive de *même manipulation* que l'équation différentielle, que l'on emploie en fait inconsciemment au lieu et place de l'équation aux différentielles logarithmiques qui est *sans signification* pour une période finie (au contraire des différentielles linéaires dont la symbolique reste exacte pour des variations finies).

On n'échange donc pas $\frac{\Delta X}{X}$ et $\frac{dX}{X}$, mais en fait $\frac{\Delta X}{X'}$ et $\int_{\theta'}^{\theta'+\Delta\theta} \frac{dX}{X} = \left[\text{Log } X\right]_{\theta'}^{\theta'+\Delta\theta} = \text{Log}(1 + \frac{\Delta X}{X'})$ que l'on peut développer en série pour $\Delta X < X'$, convergente d'autant plus rapidement que $\frac{\Delta X}{X'}$ est plus petit. Soit[11] :

$$\int_{\theta'}^{\theta'+\Delta\theta} \frac{dX}{X} = \frac{\Delta X}{X'} - \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta X}{X'}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{\Delta X}{X'}\right)^3 - \dots + \frac{(-1)^n}{n}\left(\frac{\Delta X}{X'}\right)^n + \dots$$

On peut alors, pour des raisons mnémotechniques évidentes, utiliser la symbolique différentielle *inadaptée* au lieu de l'intégrale sur la période finie, mais il faut alors remplacer les symboles inadaptés $\frac{dX}{X}$, $\frac{dx}{x}$ et $\frac{dy}{y}$ par les développements en série des *intégrales* corrrespondantes, correction d'ailleurs *exacte quelle que soit la fonction* X (et ses compposants x, y, z, etc...). **On pourra alors mener tous les calculs** *théoriques* **en différentielles logarithmiques** *exactes* **et substituer,** *sur les formules de résultats* **de ces calculs, les développements en série** *exacts* **de l'intégration** *finale* **de l'équation différentielle trouvée.**

Si l'on se contente d'une *approximation du 2ème ordre* très suffisante en général[12] et très supérieure à l'approximation linéaire dès que les variations sont rapides, on peut alors utiliser de façon *consciemment erronée* la symbolique des équations différentielles logarithmiques en remplaçant *chaque* symbole $\frac{dX}{X}$ (ou $\frac{dx}{x}$, $\frac{dy}{y}$, etc...) par :

$$\frac{\Delta X}{X'} - \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta X}{X'}\right)^2 = \frac{\Delta X}{X'}\left(1 - \frac{\Delta X}{2X'}\right)$$

ce qui revient à remplacer dX par $\Delta X\left(1 - \frac{\Delta X}{2X'}\right)$ et X par X' (*les deux sont corrigés*).

Rappelons encore le développement en série de :

$$\frac{1}{1 - x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n + \dots$$

convergente pour $-1 < x < +1$, d'autant plus rapidement que x est petit. Donc, avec une approximation du même ordre que précédemment on a :

---

[11] Je rappelle le développement en série de :

$$\text{Log }(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^n \frac{x^n}{n} + \dots$$

convergente pour $-1 < x < +1$

[12] en négligeant les termes ultérieurs plus petits dans le développement en série.

$$1 - \frac{\Delta X}{2X'} \simeq \frac{1}{1 + \frac{\Delta X}{2X'}}$$

La méthode d'approximation du 2ème ordre revient donc à remplacer symboliquement $\frac{dX}{X}$ par :

$$\frac{dX}{X} \simeq \frac{\Delta X}{X'} . \frac{1}{1 + \frac{\Delta X}{2X'}} = \frac{\Delta X}{X' + \frac{\Delta X}{2}}$$

c'est à dire, dans cette *nouvelle* formule d'approximation, à utiliser *effectivement* cette fois-ci, une approximation de l'équation différentielle elle-même (et non de son *intégrale*), en remplaçant dX par ΔX et simultanément X par $\left(X' + \frac{\Delta X}{2}\right)$, donc en prenant pour le dénominateur X la **médiane** de sa valeur sur la nouvelle période de mesure, faible mais *non infinitésimale.*

On aurait pû imaginer directement ce résultat en se souvenant que dans l'expression *exactement additive* $\frac{dX}{X}$, la valeur X est une variable pendant la période de mesure finie, et que sa valeur médiane sur cette période est une bien meilleure approximation que sa valeur d'origine, située à l'une des extrémités de la période de variation.

Ainsi, si l'on veut néanmoins employer directement les équations aux différentielles logarithmiques sur des périodes finies, en particulier pour l'application pratique de calculs théoriques conduisant à des équations différentielles *non intégrables* (sauf sur ordinateur) et avoir une précision convenable, même pour des variations rapides, il faut :

- lorsqu'on **rentre** des mesures (en principe exactes) dans une équation aux différentielles logarithmiques, remplacer la variation finie Δx par sa valeur corrigée[13] $dx \simeq \Delta x \left(1 - \frac{\Delta x}{2x'}\right)$ et aussi remplacer x par x', **ou bien** remplacer seulement le dénominateur x par sa valeur corrigée $\left(X' + \frac{\Delta X}{2}\right)$.
- à l'inverse, lorsqu'on **sort** le résultat d'une équation aux différentielles logarithmiques, on n'utilisera pas l'équation du 2ème degré en ΔX :

$$\frac{\Delta X}{X'}\left(1 - \frac{\Delta X}{2X'}\right) \simeq \frac{dX}{X} = \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} = a$$

qu'il est parfaitement inutile de résoudre.

Il vaut mieux alors prendre la formule approchée linéaire :

$$\frac{dX}{X} \simeq \frac{\Delta X}{X' + \frac{\Delta X}{2}} = a$$

d'où
$$\frac{\Delta X}{X'} \simeq \frac{2a}{2 - a}$$

L'autre avantage de cette solution est que si on *rentre*

[13] en fait intégrée en $\Delta X = \int dx$, mais utilisée comme différentielle dx.

avec des formules de type $dx \simeq \Delta x\left(1 - \frac{\Delta x}{2x'}\right)$ (qui donnent des valeurs intermédiaires *par défaut*) et si on *sort* avec la formule $\frac{\Delta X}{X'} = \frac{2a}{2 - a}$ (qui donne une valeur *par excès*) il se produit le plus souvent une compensation partielle de l'erreur du 3ème ordre[(14)].

Prenons quelques cas pratiques :

. si deux indices composants d'une multiplication :

$$\frac{X}{X_0} = \frac{x}{x_0} \cdot \frac{y}{y_0}$$

augmentent chacun de 10 % (variations déjà assez rapides sur un mois !), soit :

$$\frac{X}{X'} = \frac{x}{x'} \cdot \frac{y}{y'} = 1{,}1 \times 1{,}1 = 1{,}21$$

et *exactement* : $$\frac{\Delta X}{X'} = 0{,}21$$

En symbolique corrigée on a :

$$dx = dy \simeq \Delta x\left(1 - \frac{\Delta x}{2x'}\right) = 0{,}1(1 - 0{,}05) = 0{,}095$$

d'où $$\frac{dX}{X} = \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} \simeq 0{,}19 = a$$

et $$\frac{\Delta X}{X'} \simeq \frac{2a}{2 - a} = \frac{0{,}38}{1{,}81} = 0{,}2099447$$

au lieu de 0,21 soit une erreur de $5{,}5.10^{-5}$.

Par contre le calcul non corrigé donnerait :

$$\frac{\Delta X}{X'} = \frac{\Delta x}{x'} + \frac{\Delta y}{y'} = 0{,}20$$

soit une erreur de 1 % (rapportée à la valeur de départ de la nouvelle période de mesure X'/X' = 1).

. dans l'exemple d'une division avec des variations *symétriques* de 20 % (ce qui devient énorme) :

$$\frac{\Delta x}{x} = + 0{,}2 \qquad \frac{\Delta y}{y} = - 0{,}2$$

on a *exactement* :

$$\frac{X}{X'} = \frac{x}{x'} : \frac{y}{y'} = \frac{1{,}2}{0{,}8} = 1{,}5 \text{ et } \frac{\Delta X}{X'} = 0{,}5$$

En symbolique corrigée on a:

$$dx \simeq 0{,}2(1 - 0{,}1) = 0{,}18$$

$$dy \simeq - 0{,}2(1 + 0{,}1) = - 0{,}22$$

---

[14] et même quelquefois une compensation totale, en cas de division de deux composants, quelles que soient les variations, si les écarts sont symétriques. Mais je n'ai pas étudié la règle générale et il se peut qu'il y ait des cas où les erreurs du 3ème ordre se cumulent au lieu de se compenser partiellement ou totalement.

d'où $$\frac{dX}{X} = \frac{dx}{x} - \frac{dy}{y} \simeq 0{,}40 = a$$

et $$\frac{\Delta X}{X'} \simeq \frac{2a}{2 - a} = \frac{0{,}8}{1{,}6} = 0{,}5$$

soit un résultat *totalement exact* quelles que soient les variations *symétriques*[15] de x et y.

En fait, si l'on veut être puriste en mathématiques et utiliser *effectivement*, même avec approximation, les équations aux différentielles logarithmiques sur une période finie[16] ; et *non leur intégrale finale*, il faut prendre partout (à l'entrée comme à la sortie) la formule :

$$\frac{dX}{X} \simeq \frac{\Delta X}{X' + \frac{\Delta X}{2}} = a$$

approximation *différentielle* (et non intégrée, même par un développement en série) qui donnera des valeurs *différentielles intermédiaires* plus approchées de la moyenne pondérée des dX/X, mais alors le résultat final est souvent un peu moins bon car il n'y a plus, dans la majorité des cas, compensation partielle ou totale des erreurs du 3ème ordre[17].

Ces considérations peuvent apparaître comme un ergotage. Mais je pense qu'il faut toujours étudier les limites raisonnables d'approximation de l'application pratique des formules théoriques qui seront, dans ce chapitre, en différentielles non intégrées. Ainsi des erreurs mensuelles d'application inconsidérée de formules théoriques non corrigées, qui pourraient facilement atteindre 1 % par mois dans des variations rapides (inflation galopante par exemple) et *qui se cumulent* de mois en mois (comme des intérêts simples au lieu d'intérêts composés) peuvent donner des erreurs d'appréciation importantes sur de longues périodes (quelques années).

De plus, la confusion qui peut exister dans certains esprits (et le mien au départ de cette étude) entre l'application d'équations aux différentielles logarithmiques et celle de leurs intégrales, peut conduire à des erreurs *théoriques* énormes, plus graves encore que l'imprécision de l'application numérique pra-

---

[15] Si les variations ne sont pas symétriques, le résultat est moins précis mais l'erreur reste souvent très négligeable parce qu'au moins une des variations s'avère faible, dans la pratique.

[16] Un véritable puriste en mathématiques refuse d'utiliser des équations différentielles sur une période finie, même très courte, car ces équations symboliques n'ont *aucune signification temporelle* qui n'apparait que *lors de l'intégration* (l'équation différentielle ne fait aucune référence aux bornes de mesure, qui sont les bornes de l'intégration).

[17] Notre premier exemple de multiplication donne alors :

$$\frac{\Delta X}{X} = 0{,}21053$$

soit une erreur de + $4{,}7.10^{-4}$ au lieu de - $5{,}5.10^{-5}$,
et notre exemple de division avec des écarts symétriques donne :

$$\frac{\Delta X}{X} = 0{,}5063$$

soit une erreur de + $6{,}3.10^{-3}$ au lieu d'un résultat exact.

tique. Enfin ces premières réflexions systématiques m'ont permis de déclencher l'analyse théorique de ce chapitre.

c) indices linéaires

Après avoir étudié assez longuement les indices composés de multiplications ou de divisions avec leur traitement logarithmique, il est utile de regarder les indices dont la base de mesure est formée d'additions ou de soustractions, et qui sont donc des fonctions *linéaires* des variables de la base[18]. Par exemple :

$$\boxed{X_\theta = \Sigma\, \alpha^j . x^j_\theta}$$

ou encore

$$\boxed{X_\theta = \frac{\Sigma\, \beta^j . x^j_\theta}{\Sigma\, \beta^j}}$$

dans le cas où la base X_θ est une *moyenne* d'éléments variables x^j_θ *pondérée* par des coëfficients *constants* α^j de volume.... ou de poids (au sens mathématique).

Les x^j_θ sont les **variables signifiantes**, et les α^j sont les coëfficients constants, *sans dimension*, pour respecter l'homogénéité de la dimension de la base. Les coëfficients β^j qui apparaissent au numérateur et au dénominateur peuvent avoir une dimension et $\alpha^j = \dfrac{\beta^j}{\Sigma\, \beta^j}$. En effet on a en dimension relativistes :

$[X] = [x]$ où *tous les* x^j *ont forcément la même dimension*, car ce sont des mesures dans une même grandeur conceptuelle (prix, ou quantité, ou temps de travail, etc...) et X a la même signification, donc la même dimension, que les x^j signifiants. Les x^j peuvent aussi être eux-mêmes des indices de significations homogènes.

L'indice de variation de la base de mesure X s'écrira :

$$\boxed{i = \frac{X}{X_0} = \frac{\Sigma\, \alpha^j . x^j_\theta}{\Sigma\, \alpha^j} : \frac{\Sigma\, \alpha^j . x^j_0}{\Sigma\, \alpha^j} = \frac{\Sigma\, \alpha^j . x^j_\theta}{\Sigma\, \alpha^j . x^j_0}}$$

Le coëfficient éventuel $1/\Sigma\, \alpha$ *disparait* de l'indice et il n'est pas nécéssaire de le faire apparaître à l'origine lorsqu'on s'intéresse *au seul indice* (et non à sa base), ce qui simplifiera les équations mathématiques. C'est à dire que la relation entre un indice et sa base est définie **à une constante multiplicative près** et l'on pourra, à l'inverse, *réintroduire* une constante quelconque, par exemple un coëfficient $1/\Sigma\, \alpha^j$ transformant toute relation linéaire en moyenne pondérée. Donc **toute relation linéaire est en fait une pondération** des variables significatives de la base ou des indices composants, ce qui est très important pour

---

[18] Ces indices seront dits **composites** ou **synthétiques** parce qu'ils font aussi la composition ou la synthèse de variables non additives, mais de même nature logique.

comprendre la signification des indices, et de certaines formules.

Remarquons aussi qu'une constante multiplicative quelconque k introduite *dans la base de mesure*

$$X = k \, \Sigma \, \alpha^j.x^j$$

a pour dimension mathématique :

$$[k] = [\alpha]^{-1} \qquad \text{puisque } [X] = [x]$$

Il faudra donc se souvenir, dans la vérification dimensionnelle des équations utilisées, que les constantes génériques multiplicatives k ont *généralement une dimension dans les bases de mesure*, tandis qu'elles n'en ont pas dans les équations *aux seuls indices*, puisque les indices eux-mêmes n'ont pas de dimension (ou ont la dimension $\mathbb{R}$).

Encore faut-il bien distinguer : si le coëfficient, $k = 1/\Sigma\, \alpha^j$ par exemple, disparait dans l'indice, c'est qu'il n'est *pas signifiant* dans cet indice, qui lui-même n'est pas un rapport des $\dfrac{\Sigma\, \alpha^j . x^j_0}{\Sigma\, \alpha^j}$ mais seulement des $\alpha^j.x^j$. Donc seule reste *dans l'indice* la pondération des $\alpha^j.x^j$. Ainsi, a contrario, **toute pondération introduit sa propre dimension** $[\alpha]$ **dans la signification de la base de mesure** d'un indice, *comme si* :

$$[X] = [\alpha][x]$$

ce qui n'est pas vrai *mathématiquement* puisque les α^j sont constants.

Il ne faut pas confondre la dimension de la *signification* d'une base de mesure d'un indice avec sa dimension *mathématique*. Ainsi la base de mesure d'un seul prix est bien un prix[19] :

$$X = p \qquad \text{et } i = \frac{p}{p_0}$$

tandis que la base de mesure pondérée de plusieurs prix est soit un stock, soit un flux. Par exemple la base de mesure des prix à la consommation :

$$X = \sum_j q^j.p^j$$

où les q^j sont des quantités constantes, n'est pas un prix moyen *aux consommateurs*, mais un prix moyen *à la consommation*. C'est un flux, même standard. Et pourtant la dimension mathématique de X reste bien un prix.

Pour simplifier la symbolique, nous ne mentionnerons plus le symbole j, suggéré et sous-entendu par le symbole de sommation Σ. De même nous ne mentionnerons plus le symbole θ' de l'instant de mesure de la variable x. Les bornes temporelles de sommation seront indiquées seulement lorsque cette précision sera nécéssaire à la compréhension des équations.

d) indices complémentaires

Remarquons enfin qu'on peut toujours utiliser les diffé-

---

[19] Mais l'indice d'un seul prix est aussi celui soit d'un flux, soit d'un stock, car il faut dire à quoi est attaché le prix *variable*, à un élément de flux (par exemple un tarif) ou à un élément de stock (par exemple une richesse déterminée proposée à la vente) ?

rentielles logarithmiques sur des formules linéaires *entières* (on ne peut pas les couper) :

(I3) $$\boxed{\frac{di}{i} = \frac{dX}{X} = \frac{\Sigma\ \alpha.dx}{\Sigma\ \alpha.x}}$$

puisque les α^j sont *considérés* comme constants *pendant la période de mesure* infinitésimale entre θ et $\theta + d\theta$.

Cette remarque est importante. En effet nous avons vu que la différentielle logarithmique rapporte la variation infinitésimale (ou très petite) de la base de mesure à sa valeur *précédant immédiatement* la période de mesure infinitésimale (ou à sa valeur corrigée pour une mesure finie très courte). *Dans les équations aux différentielles logarithmiques*, on peut donc changer de base de mesure *entre chaque période de mesure*, par exemple en changeant la pondération conformément à la pratique courante.

Ainsi dans l'indice des prix à la consommation, certains articles répertoriés disparaissent du marché tandis que d'autres articles signifiants apparaissent. On modifie donc la pondération *entre deux périodes de mesure* (annuellement en pratique). On utilise alors une **base de mesure évolutive** qui définira un **indice-chaîne**[20] dont le raccord se fait par une règle de trois englobée dans la constante multiplicative k qui apparait *lors de l'intégration* de l'équation aux différentielles logarithmiques (règle de circularité)[21].

C'est à dire qu'inversement l'équation aux différentielles logarithmiques s'applique parfaitement aux indices-chaînes à base évolutive dans laquelle les α^j ne sont plus constants (sauf pendant chaque période infinitésimale ou très courte $d\theta$).

La symbolique

$$\frac{di}{i} = \frac{dX}{X} = \frac{\Sigma\ \alpha.dx}{\Sigma\ \alpha.x}$$

devient alors fausse puisqu'il s'agit d'une différentielle *partielle* de X qui s'écrit :

$$\boxed{\frac{di}{i} = \frac{d^{x}X}{X} = \frac{\Sigma\ \alpha.dx}{\Sigma\ \alpha.x}}$$

tout en restant une différentielle *totale de i et des* x^j.

Lors de l'intégration de cette équation aux différentielles logarithmiques, on retrouvera bien *l'indice i mais pas sa base* X, base qui n'est pas intégrable telle quelle à partir de sa seule différentielle partielle $\frac{d^{x}X}{X}$, puisque les α^j sont variables.

On pourra par contre faire des combinaisons d'indices *reconstituant la différentielle totale de la base* en vue de l'intégration. Supposons par exemple que l'expression :

$$\frac{di'}{i'} = \frac{d^{\alpha}X}{X} = \frac{\Sigma\ x.d\alpha}{\Sigma\ x.\alpha}$$

---

[20]. indices qui se succèdent avec réactualisation des pondérations, ou même changement de système, lors de chaque succession.

[21] soit : $i_0^{\theta'} = i_0^{\theta}\ .i_{\theta}^{\theta'}$ d'où $i_{\theta}^{\theta'} = k.i_0^{\theta'}$ ou inversement

corresponde à un autre indice signifiant *i'*. Nous aurons alors :

$$\frac{di}{i} + \frac{di'}{i'} = \frac{\Sigma\ \alpha.dx}{\Sigma\ \alpha.x} + \frac{\Sigma\ x\ .\ d\alpha}{\Sigma\ x\ .\ \alpha}$$

$$= \frac{d^{x}X}{X} + \frac{d^{\alpha}X'}{X} = \frac{dX}{X}$$

soit *exactement* en intégrant :

$$i.i' = k.X = k'\ \Sigma\ \alpha.x$$

Cet exemple montre donc la combinaison de deux indices *i* et *i'* ayant la *même base évolutive* X mais pour lesquels, *pendant chaque période de mesure* infinitésimale (ou très courte et corrigée), les variables de l'un sont les constantes de l'autre et inversement. Ces deux indices seront dits **complémentaires** dans la base X.

En théorie nous recherchons des indices *complets* qui tiennent compte de tous les prix et de toutes les quantités. Nous serons donc amenés à prendre des bases *évolutives* en *flux complets* (et non pas en flux standard) correspondant parfaitement au concept de ces indices complets. Ceci nous donnera des résultats très simples et très intéressants, puisque ces flux complets ont des significations et des symboles très synthétiques.

Les indices usuels calculés par les instituts de statistiques ou les syndicats ne sont que des approches de ces indices théoriques complets. De plus ils sont quelquefois manipulés[22] consciemment ou inconsciemment (surtout l'indice des prix à la consommation) par le choix d'articles à évolution probable plus ou moins rapide, et par le fait qu'en période de contrôle des prix les entreprises freinent bon gré mal gré les prix des articles référencés dans l'indice et souvent sujets à pression administrative, tout en faisant dévier leurs ventes vers des articles moins contrôlés.

Cette étude aura néanmoins l'avantage, dans le cadre de cette théorie, de déterminer des formules théoriques et l'action des variables, en faisant apparaître une **nouvelle variable insoupçonnée**.

6.2 INDICES DES PRIX

La base d'un indice *des* prix est une moyenne pondérée des prix de certains biens ou services choisis comme référence. C'est un indice *synthétique*. Dans l'approche première de l'indice, cette pondération est constante.

$$i_p = \frac{\Sigma\ q_0.p}{\Sigma\ q_0\ p_0} \qquad \text{avec} \qquad i_0 = 1 \quad \text{et} \quad q_0^j = \text{constante}$$

Ainsi exprimé, c'est un indice de *Laspeyres* et sa différentielle *simple* est alors :

---

[22]Dans la période où le syndicat français C.G.T. calculait un indice des prix, devinez quel indice, de la C.G.T. ou de l'institut officiel (INSEE), montait le plus vite ou le plus lentement ! Et je n'accuse personne.

$$di_p = \frac{\Sigma\, q_0.dp}{\Sigma\, q_0\, p_0}$$

Nous remarquons, comme nous l'avons déjà vu, que le coëfficient $\frac{1}{\Sigma\, q_0}$ nécéssaire à l'expression directe d'une véritable pondération, a disparu de l'indice, puisqu'il se trouverait à la fois au numérateur et au dénominateur.

Les prix étant relevés à un instant (ou à des instants) comme des éléments de stocks et non sur une période comme des éléments de flux, on pourrait croire que la base de l'indice est toujours un stock. Pourtant, cela dépend des cas : si l'indice s'applique à des quantités q^j *considérées* comme des stocks, c'est bien un indice de stocks (ou de bilans). Si au contraire les quantités q^j sont logiquement *considérées* comme des flux, même standard, c'est un indice de flux (dimension de la *signification*). Par exemple l'indice des prix à la consommation, même standard, de l'ouvrier qualifié est un indice de flux. C'est celui des ventes (ou des achats) types à un consommateur standard pendant tel mois. C'est bien un indice de flux même si on remplace, pour des raisons pratiques, la moyenne pondérée de toutes les ventes aux consommateurs par une vente type.

On peut aussi prendre la différentielle *logarithmique* de l'indice :

$$\frac{di_p}{i_p} = \frac{\Sigma\, q_0.dp}{\Sigma\, q_0.p}$$

Dans cette expression, la base pourra alors être évolutive, comme dans la pratique (avec les q^j révisables *entre* entre les périodes de mesure).

Il y aura pourtant des différences entre la théorie et la pratique. En effet, même pour des bases évolutives, les biens ou servides référencés pour les ventes types considérées dans chacun des indices usuels, sont définis *en extension* pour des raisons pratiques évidentes : tel article, nommément désigné, est référencé dans l'indice. De plus, en raison de sa lourdeur et de son coût, la révision des pondérations est peu fréquente (annuellement en France depuis 1970, ce qui est un progrès). Au contraire, la théorie est plus synthétique et définira *en compréhension* la base de référence, toujours évolutive pour coller à la réalité et simplifier les équations générales. Les indices pratiques mesurés par échantilllonnage ne seront donc que des approches de la théorie et de la réalité[(23)].

Dans cette définition théorique en compréhension, la logique de recensement des biens ou services doit être signifiante. Comme toujours, par une enveloppe temporelle et catégorielle : celle de la base de mesure[(24)], ou **champ** de l'indice. On définira alors une enveloppe de stocks à un instant donné, ou une enveloppe de flux sur une période, que les q^j soient standard ou réels, evolutifs ou non[25].

---

[23]Cf. § 6.4 page 444.

[24]Les économistes parlent usuellement de *base de valeur.*

[25]Les indices pratiques par échantillonnage ont aussi l'ambition de

Nous n'utiliserons pratiquement pas les indices de stocks dans ce chapitre, bien que la théorie s'y prête parfaitement. Aussi les enveloppes en compréhension des indices de prix que nous étudierons seront des réunions de flux des

$$q^j.p^j = \text{quantités} \times \text{prix unitaires}$$

c'est à dire des *ventes* ou des *achats*[26]. Les bases évolutives de nos indices de prix seront donc des flux de montants de ventes ou d'achats réels, qui tiendront compte de *toutes* les ventes (ou achats) de la période de mesure, pondérées par les quantités réelles dans le cadre de l'enveloppe considérée. Par exemple, toutes les ventes aux particuliers, ou les achats d'équipements, etc...

Nous aurons donc, quelquefois par des méthodes indirectes données par certaines relations, des indices *complets*, à base *évolutive*, d'une signification légèrement différente des indices usuels par échantillonnage[27].

Mathématiquement, la différentielle de l'indice des prix sera alors la différentielle **partielle par rapport aux prix** du flux considéré. Par exemple pour des ventes :

$$v = \Sigma_{\theta'}^{\theta'+\Delta\theta} \; q.p$$

on aura
$$\frac{di_p}{i_p} = \frac{d^p v}{v} = \frac{\Sigma_{\theta'}^{\theta'+\Delta\theta} \; q.dp}{\Sigma_{\theta'}^{\theta'+\Delta\theta} \; q.p}$$

les quantités q^j n'étant constantes que *pendant chaque période de mesure* infinitésimale (ou très courte et corrigée). Et compte tenu du long développement sur les différentielles logarithmiques, les symboles θ, θ', Δq et $d\theta$ seront omis s'ils ne sont pas nécéssaires à des distinctions spécifiques dans les équations (sous-ensembles temporels). De même que nous avons déjà supprimé les index j.

Ainsi l'indice des prix sera **défini en base évolutive, par sa différentielle logarithmique**. Par exemple :

(I4)
$$\boxed{\frac{di_p}{i_p} = \frac{d^p r}{r} = \frac{\Sigma \; q.d\,p}{\Sigma \; q.p}}$$

où

(I5)
$$\boxed{r = \Sigma \; q.p}$$

est la base de valeur évolutive[28] et $\frac{d^p r}{r}$ sa différentielle par-

---

s'appliquer à la totalité du champ de l'indice.

[26]Les quantités ne dénombrent pas forcément des richesses elles-mêmes, mais des éléments quantitatifs liés à ces richesses (volume, poids, temps de travail, etc...).

[27]Cf. § 6.4 page 444.

[28]r en *minuscule* représente le symbole *transactionnel* en monnaie, des richesses recensées dans la base évolutive, selon notre symbo-

tielle par rapport aux prix.

Bien entendu, on peut généraliser la notion d'indice des prix en fonction du concept de prix considéré : prix d'achat, prixde revient aux différents stades de transformation, coût direct, coût marginal, coût complet avant ou après impôts, prix de vente avec ou sans taxes, etc... On peut aussi procéder par différence et définir des **indices de valeurs ajoutées** (ici monétaires).

Devant la multiplicité de ces options et des développements correspondants, nous nous limiterons, sans restreindre la théorie, à l'étude des indices de prix dont le concept est le plus proche des indices économiquement et politiquement les plus importants, en particulier l'indice des prix à la consommation, en laissant aux spécialistes et à leurs ordinateurs, le soin de faire les autres développements utiles.

Dans les flux considérés pour les indices qui vont suivre, les prix sont les prix de vente ou de revient *fiscaux* qui respectent les interfaces des comptabilités, *y compris l'intervention de l'Etat, etc...* Ces prix sont donc hors T.V.A. pour les entreprises qui la récupérent, et toutes taxes comprises pour ceux qui ne la récupèrent pas, en particulier les consommateurs. Ce sont donc essentiellement les prix, **vus du côté de l'acheteur**. D'autres options sont évidemment possibles, en compliquant les équations[29].

6.3 INDICES DE VOLUME

On appréhende généralement la variation de volume des économies, ou de certains de leurs agrégats, d'abord par les flux en prix transactionnels, données fondamentales de la comptabilité usuelle, puis en corrigeant l'indice obtenu en monnaie courante par l'indice des prix correspondant, soit :

$$i_q = k.\frac{v}{i_p} \quad \text{(ou bien} \quad k.\frac{r}{i_p}\text{)}$$

où v (ou r), en monnaie courante, est le flux de ventes (ou d'achats, ou de richesses, etc...) considéré pendant la période de mesure, et i_p l'indice des prix **sur la même base de mesure** v (ou r).

Cette équation intuitive (au moins pour moi au départ), est en fait juste comme nous allons voir. Cependant il faut se méfier des intuitions plus ou moins grossières, puisque certaines relations entre indices que nous allons préciser font apparaître une variable inattendue. Aussi faut-il repartir de la base théorique de chaque définition et préciser les équations sorrespondantes.

On appelera donc indice de volume (ou de quantité pour prendre le symbole q à la place du symbole v, saturé), **défini en base évolutive, par sa différentielle logarithmique**. Par exemple :

---

lique habituelle, q^j est la quantité (ou le volume, ou le poids, etc...) qui sert à la pondération et p^j est le prix unitaire correspondant (l'index j est souvent omis).

[29] Voir les équations générales en économie ouverte page 259 et suivantes, dont nous allons nous servir.

(I6)
$$\boxed{\frac{di_q}{i_q} = \frac{d^q r}{r} = \frac{\Sigma\ p.dq}{\Sigma\ p.q}}$$

si la base évolutive r est toujours le flux :

$$\boxed{r = \Sigma\ q.p}$$

et on a
$$\frac{dr}{r} = \frac{\Sigma\, q\ .\ dp}{\Sigma\, q\ .\ p} + \frac{\Sigma\ p.dq}{\Sigma\ q.p}$$
$$= \frac{di_p}{i_p} + \frac{d\,i_q}{i_q}$$

et en intégrant on retrouve bien :

(I7)
$$\boxed{i_p . i_q = k.r}$$

relation qui s'avère bien exacte quand on définit un indice de volume *pondéré par les prix*, avec le *même concept* que celui de l'indice des prix correspondant (prix de revient, de vente, coût direct, coût complet, etc...), c'est à dire en indices **complémentaires** sur la **même base** de valeur.

On constate aussitôt que d'autres logiques sont possibles et aussi valables car les prix, extrêmement contigents dans les rapports de force des échanges, ne représentent pas forcément le meilleur système de pondération. En particulier, ils ne tiennent pas compte des *services publics gratuits* qui forment une partie non négligeable de l'économie nationale[1].

Beaucoup d'autres pondérations sont logiquement acceptables. Mais l'une d'entre elles, aussi bien pour la symétrie des équations que par sa logique directe, est particulièrement intéressante : c'est la *pondération par les temps de travail*, beaucoup plus significative du volume national que la pondération par les prix, puisqu'elle englobe les services publics gratuits et ne dépend pas de la contingence des prix.

On pourra donc définir l'indice i_Q (avec un Q majuscule pour rappeler notre symbolique majuscule des temps de travail), par sa différentielle logarithmique **pondérée par les temps de travail unitaires** :

(I8)
$$\boxed{\frac{di_Q}{i_Q} = \frac{\Sigma\ \overline{T}.dq}{\Sigma\ \overline{T}.q}}$$

où les $\overline{T}^j = \overline{R}^j/q^j$ sont les temps de travail *unitaires* de la base évolutive :

---

[1]Ces servides publics gratuits interviennent cependant indirectement dans les impôts et taxes inclus dans les prix.

(I9) $$\boxed{\overline{R} = \Sigma\ \overline{T}.q}$$

définie en compréhension par sa valeur-travail, au lieu de sa valeur transactionnelle monétaire comme précédemment (*comptabilités simultanées homologues*). On pourrait aussi, comme précédemment, définir des pondérations de valeurs-travail *ajoutées*, par les temps de travail ajoutés ou par les temps de revient aux différents stades, et les relations générales qui vont suivre sont extrapolables à toutes les *comptabilités homologues*, quels que soient les concepts de valeurs ajoutées (partielles ou totales) considérées.

Par symétrie et analogie des équations, on est amené à définir un indies des *prix* complémentaire (avec index *majuscule*), moins naturel que le premier, tel que :

(I10) $$\boxed{i_P.i_Q = k.r}$$

soit, en différentielles logarithmiques :

$$\frac{di_P}{i_P} = \frac{dr}{r} - \frac{di_Q}{i_Q} = \frac{\Sigma\ p.dq}{\Sigma\ p.q} + \frac{\Sigma\ q.dp}{\Sigma\ q.p} - \frac{\Sigma\ \overline{T}.dq}{\Sigma\ \overline{T}.q}$$

C'est un indice bâtard, non homogène, car il mélange des pondérations par les prix, par les quantités, et par les temps de travail. Je n'ai pas pris le temps d'étudier la signification précise de cet indice bâtard, mais je l'ai maintenu pour bien montrer et rappeler au lecteur que la pondération naturelle par les prix n'est pas la seule logiquement possible. Et ce dernier indice est cependant intéressant, car il tient compte des services publics gratuits.

6.4 COMPARAISON AVEC LES INDICES USUELS

Les indices *synthétiques* usuels sont établis suivant trois points de vue légèrement différents :

. l'indice de **LASPEYRES** :

(I11) $$\boxed{\mathcal{L}(x) = \frac{\Sigma\ \alpha_0.x}{\Sigma\ \alpha_0.x_0}}$$

avec les α_0^j de la période d'origine θ_0, conserve une **pondération fixe**, celle de la **base d'origine**.

. l'indice de **PAASCHE** :

(I12) $$\boxed{\mathcal{P}(x) = \frac{\Sigma\ \alpha'.x}{\Sigma\ \alpha'.x_0}}$$

avec les α'^j_θ de la **base finale** est à **pondération évolutive**, donc *modifie la pondération d'origine*.

Ces deux points de vue opposés sont parfaitement légitimes, car il n'y a pas de raison théorique de priviligier une pondération plutôt que l'autre.

. c'est pourquoi on utilise aussi l'indice de **FISCHER** qui est la moyenne géométrique des deux précédents[2] :

(I13) $$\boxed{\mathcal{F}(x) = \sqrt{\mathcal{L}(x).\mathcal{P}(x)}}$$

L'indice de Laspeyres et l'indice de Paasche donnent des résultats légèrement différents pour la même base de référence, ou *champ de l'indice*. L'un est donc considéré comme trop fort et l'autre comme trop faible par rapport à la vérité, représentée *approximativement* par l'indice de Fischer.

L'indice de Laspeyres est le seul utilisé dans les *mesures directes*, en raison du coût et des délais de révision des pondérations dans l'indice de Paasche, qui n'est utilisé que dans les *calculs indirects* (en indice complémentaire)[3]. Ceci montre l'imprécision des indices usuels provoquée par l'emploi de définitions **en formules intégrées** qui n'offrent que peu de possiblités d'incorporer, "d'intégrer" les variations de façon nuancée et simple. Il ne faut donc pas être trop exigeant avec la précison des indices usuels, ni avec celui proposé dans cette théorie.

L'indice à base évolutive de cette théorie n'est ni un indice de Laspeyres, ni un indice de Paasche, ni un indice de Fischer car il est **défini par sa différentielle logarithmique** partielle de la base de mesure $\Sigma\ \alpha.x$ **:**

(I14) $$\boxed{\frac{di}{i} = \frac{\Sigma\ d^{x}(\alpha.x)}{\Sigma\ \alpha.x} = \frac{\Sigma\ \alpha.dx}{\Sigma\ \alpha.x}}$$

et non par une formule intégrée[4].

Ceci nécéssite que la base de référence, ou champ de l'indice, puisse être considérée comme une *fonction continue* des variables x^j, soit parce que leurs variations sont très discrètes par rapport à l'ensemble de la base, soit avec une transformée par moyenne mobile qu'on peut rendre aussi précise que l'on veut[5].

L'indice à base évolutive de cette théorie est en fait un **indice-chaîne**[6] à **chaînage continu** sur des périodes infinitésimales, où les deux points de vue de Laspeyres et Paasche se confondent, puisque la base d'origine et la base finale de chaque maillon infinitésimal évoluent identiquement. Il conserve la pondération de *chaque* période de mesure. C'est pourquoi, bien que synthétique, il conserve les propriétés de circularité et de ré-

---

[2]Les indices de Laspeyres et de Paasche sont un peu différents, et tous deux admis et employés. Leur moyenne géométrique intermédiaire ne semble pas plus convaincante que leur moyenne arithmétique, ou toute valeur intermédiaire entre ces deux indices (par exemple en donnant plus de poids à l'indice de Paasche lorsque l'indice viellit).

[3]en raison de la première ligne des équations I21 page 446.

[4]Nous avons déjà vu cette définition en I4 page 438.

[5]Cf. annexe mathématique § A.14 à A.18 page a-16 et suivantes.

[6]indices qui se succèdent avec réactualisation des pondérations, ou même changement de système, lors de chaque succession.

versibilité[7] des indices simples, et que ne possèdent plus les indices de Laspeyres, de Paasche ou de Fischer.

En étudiant rapidement les propriétés mathématiques de ces indices, nous allons démontrer que les indices classiques de Laspeyres, de Paasche et de Fischer, et l'indice de cette théorie sont approximativement égaux, dans les conditions d'emploi de la réalité pratique nationale.

Prenons pour cela l'exemple de l'indice des prix et de l'indice de volume complémentaire, d'une même base de mesure

$$v = \Sigma\, p.q$$

on a :

(I15) $$\mathcal{L}(p) = \frac{\Sigma\, q_0.p}{\Sigma\, q_0.p_0} \qquad \mathcal{P}(p) = \frac{\Sigma\, q.p}{\Sigma\, q.p_0}$$

(I16) $$\mathcal{F}(p) = \sqrt{\mathcal{L}(p).\mathcal{P}(p)} = \sqrt{\frac{\Sigma\, q_0.p}{\Sigma\, q_0.p_0} . \frac{\Sigma\, q.p}{\Sigma\, q.p_0}}$$

(I17) $$\mathcal{L}(q) = \frac{\Sigma\, p_0.q}{\Sigma\, p_0.q_0} \qquad \mathcal{P}(q) = \frac{\Sigma\, p.q}{\Sigma\, p.q_0}$$

(I18) $$\mathcal{F}(q) = \sqrt{\mathcal{L}(q).\mathcal{P}(q)} = \sqrt{\frac{\Sigma\, p_0.q}{\Sigma\, p_0.q_0} . \frac{\Sigma\, p.q}{\Sigma\, p.q_0}}$$

d'où :

(I19) $$\frac{\mathcal{L}(p)}{\mathcal{L}(q)} = \frac{\mathcal{P}(p)}{\mathcal{P}(q)} = \frac{\sqrt{\mathcal{L}(p).\mathcal{P}(p)}}{\sqrt{\mathcal{L}(q).\mathcal{P}(q)}} = \frac{\mathcal{F}(p)}{\mathcal{F}(q)} = \frac{\Sigma\, q_0.p}{\Sigma\, p_0.q} = \alpha^2$$

Cette proportion indentique α^2 entre les indices p et les indices q montre leur grande homogénéité logique. Cette proportion se retrouverait aussi pour une moyenne arithmétique ou harmonique des indices $\mathcal{L}$ et $\mathcal{P}$.

On a encore :

(I20) $$\frac{\mathcal{L}(p)}{\mathcal{F}(p)} = \frac{\mathcal{L}(q)}{\mathcal{F}(q)} = \sqrt{\frac{\Sigma\, q_0.p}{\Sigma\, q_0.p_0} . \frac{\Sigma\, q.q_0}{\Sigma\, q.p}} = \beta$$

et $$\frac{\mathcal{P}(p)}{\mathcal{F}(p)} = \frac{\mathcal{P}(q)}{\mathcal{F}(q)} = \frac{1}{\beta}$$

d'où[8] :

(I21) $$\begin{aligned} i_v = \frac{\Sigma\, q.p}{\Sigma\, q_0.p_0} &= \mathcal{L}(p).\mathcal{P}(q) \\ &= \mathcal{P}(p).\mathcal{L}(q) \\ &= \mathcal{F}(p).\mathcal{F}(q) \\ &= \frac{1}{\beta^2}\mathcal{L}(p).\mathcal{L}(q) \\ &= \beta^2\mathcal{P}(p).\mathcal{P}(q) \end{aligned}$$

On retrouve donc le fait que les deux indices de Laspeyres pour p et q semblent trop forts (ou trop faibles) dans la

---

7 $$i_0^{\theta'} = i_0^{\theta}.i_{\theta}^{\theta'} \qquad \text{et} \qquad i_0^{\theta} = \frac{1}{i_{\theta}^{0}}$$

8 Bien noter que α et β ne sont pas constants dans le temps.

même proportion β, tandis que les deux indices de Paasche semblent trop faibles (ou trop forts) dans la *même proportion inverse* 1/β.

L'indice de Fischer semble plus juste puisqu'il respecte, comme les indices de cette théorie, la relation :

$$\begin{aligned} i_v &= \mathcal{F}(p).\mathcal{F}(q) \\ &= i_p . i_q \\ &= i_P . i_Q \end{aligned}$$

On ne peut évidemment en conclure que $i_p = \mathcal{F}(p)$ puisque les indices i_p et i_P, manifestement différents, respectent aussi cette relation avec leurs indices complémentaires repectifs i_q et i_Q. On peut d'ailleurs trouver une multiplicité de couples d'indices complémentaires de prix et de volume, avec des *pondérations complémentaires* pour p et q qui vérifient cette relation.

On peut cependant démontrer que tous les indices classiques des prix et l'indice i_p de cette théorie, pondérés par les quantités, sont très voisins dans la réalité des grands nombres à l'échelon national, de même que i_q et les indices classiques de volume, pondérés par les prix, c'est à dire que β est très voisin de 1.

Deux circonstances particulières, très approchées dans la réalité pratique des indices usuels, se conjugent pour réduire l'approximation des indices classiques entre eux et entre l'indice de cette théorie.

Pour cela, nous considèrerons que les variables p^j et q^j sont assimilables à des variables continues, soit parce que leurs variations sont très discrètes au regard de l'ensemble de la base de référence $v = \Sigma\, p^j.q^j$, soit après transformation par moyenne mobile serrée de chacune de ces variables.

a) Première circonstance favorable

Au départ des indices, on a :

$$p \simeq p_0 \qquad \text{et} \qquad q \simeq q_0$$

d'où $$\frac{d^p\mathcal{L}(p)}{\mathcal{L}(p)} \simeq \frac{d^p\mathcal{P}(p)}{\mathcal{P}(p)} \simeq \frac{d^p\mathcal{F}(p)}{\mathcal{F}(p)} \simeq \frac{\Sigma\ q.dp}{\Sigma\ p.q} = \frac{di_p}{i_p}$$

Les différentielles logarithmiques sont approximativement égales et les indices eux-mêmes divergent peu, *au départ*[9]. Ainsi l'indice de cette théorie sera d'autant plus proche des indices de Laspeyres, Paasche ou Fischer, et ces troix indices classiques d'autant plus proches entre eux, qu'on utilisera des indices-chaînes avec révision fréquente des pondérations (nouveau point de départ). C'est le **point essentiel**, car l'indice de cette théorie est tout à fait comparable aux indices classiques, mais son **chaînage continu** implique la **révison permanente des pondérations**.

---

[9] La constante d'intégration est évidemment la même pour tous les indices qui démarrent en même temps.

Dans la pratique[10], en France depuis 1970, l'indice des prix à la consommation est un indice mensuel de Laspeyres, chaîné annuellement sur une révision des pondérations des classes de biens ou services de l'année (n - 2), en raison de la lourdeur de ces révisions. Il importe alors peu de considérer que c'est un indice-chaîne de Laspeyres avec deux ans de retard pour la pondération, un indice de Paasche avec trois ans de retard, ou un indice de de Fischer plus ou moins bâtard. Des calculs de simulation ont d'ailleurs montré que ce système est largement suffisant pour la précision des indices (moins de 0,1 % d'écart annuel entre l'indice-chaîne de Laspeyres ainsi révisé, et l'indice de Laspeyres simple)[11]. Il est donc probable que l'écart avec le nouvel indice de cette théorie serait du même ordre.

b) Deuxième circonstance favorable

Bien que certains prix puissent évoluer de façon divergente en raison de la concurrence et de l'évolution de la productivité, la grande majorité des prix évolue de façon relativement proportionnelle. C'est d'ailleurs *l'hypothèse fondamentale* de la technique usuelle de mesure des prix par échantillonnage, où les prix des variétés non recensées sont supposés évoluer proportionnellement à l'indice de leur classe. On aurait alors, si la proportionnalité était totalement homogène :

$$p^j \simeq k.p_0^j \qquad \text{k variant avec le temps}$$

d'où $$\mathcal{L}(p) \simeq \mathcal{P}(p) \simeq \mathcal{F}(p) \simeq k$$

et $$\frac{dk}{k} \simeq \frac{dp^j}{p^j} = \frac{q^j.dp^j}{q^j.p^j} = \frac{\Sigma\ q.dp}{\Sigma\ q.p} = \frac{di_p}{i_p}$$

soit $$\frac{d\,i_p}{i_p} \simeq \frac{d\mathcal{L}(p)}{\mathcal{L}(p)} \simeq \frac{d\mathcal{P}(p)}{\mathcal{P}(p)} \simeq \frac{d\mathcal{F}(p)}{\mathcal{F}(p)} \text{ en permanence}$$

Les indices classiques restent donc en permanence égaux entre eux et égaux à l'indice de cette théorie, puisque la constante d'intégration est la même pour tous les indices qu'on compare évidemment avec la même origine.

Remarquons que cette hypothèse de proportionnalité générale est bien approchée : ou bien l'inflation est importante, voire galopante, et la proportionnalité homogène l'emporte largement sur les divergences individuelles des prix, ou bien l'inflation est faible et alors tous les indices divergent peu car les p^j sont très peu différents des p_0^j (tout en ayant une tendance de proportionnalité homogène). C'est ce qui explique aussi le faible écart constaté de 0,1 % seulement sur un an cité ci-dessus.

Ma conclusion, qui mérite cependant d'être vérifiée par des simulations sur des données réelles, est que l'indice de cette théorie est très proche des indices usuels, tous admis et pratiqués, et que ce nouvel indice *défini par sa différentielle logarithmique* leur est même supérieur car il implique *automatiquement* une révision permanente des pondérations, ce qui est plus conforme à l'objectif d'un indice "tenu à jour".

---

[10]Cette étude date de 1982.

[11]Statistique descriptive par Bernard Gris, Dunod 1972, page 228.

La technique des indices par échantillonage utilise un champ *réduit* aux seuls échantillons. On considère cependant que cet indice est *extrapolable* à l'ensemble du champ de l'activité considérée : par exemple à l'ensemble des ventes à la consommation, y compris les articles non référencés, et *y compris les articles non répétitifs.* Point de vue parfaitement logique *quand on sait* que ces derniers articles subissent les mêmes hausses moyennes de prix de revient, et le même climat psychologique ou concurrentiel de répercussion *relative* à la vente (en dehors des périodes de blocage des prix où les articles non répétitifs ne sont pas bloqués, de fait).

Dans cette théorie où l'on désire employer mathématiquement la totalité du champ de l'indice, plusieurs *conventions* sont possibles, dans l'application de la *définition* :

$$\frac{\mathrm{d}i_p}{i_p} = \frac{\Sigma\ q.dp}{\Sigma\ q.p}$$

. dans la logique mathématique étroite, les articles non répétitifs ont une variation de prix nulle :

$$dp^j \equiv 0$$

tandis qu'ils apparaissent au dénominateur dans la sommation de la totalité du champ de l'indice. De telle sorte que l'indice *ainsi défini* aurait une variation nettement plus faible que celui de la réalité, en proportion du poids relatif des articles non répétitifs. Et *en contrepartie*, la variation de l'indice de volume serait trop forte pour respecter la relation I7[12] :

$$i_p.i_q = i_v$$

. à l'extrême, on pourrait même considérer mathématiquement, ou pratiquement, que tous les articles sont différents (ne fut-ce que par leurs écarts à l'intérieur de leurs normes) et que tous les articles sont non répétitifs avec :

$$\mathrm{d}i_p \equiv 0 \qquad \text{et} \qquad i_q = i_v$$

. on peut donc aussi prendre mathématiquement *la même convention* que pour les indices usuels, en supposant que les prix des variétés non répétitives ont la même variation que leur classe ou que l'indice global. Par exemple, pour ces articles :

$$\frac{dp^j}{p^j} = \frac{q^j.dp^j}{q^j.p^j} = \frac{\Sigma\ q.dp}{\Sigma\ q.p} = \frac{\mathrm{d}i_p}{i_p}$$

en supposant *volontairement* des variations dp^j, conformément à la pratique. On obtiendra alors un indice théorique *exactement de même concept* que les indices pratiques, bien que calculé sur la totalité du champ de l'indice.

Ces différentes conventions sont possibles par un phénomène de *compensation* qui se retrouve dans les indices pratiques, où l'emploi arbitraire de l'indice de Laspeyres, de Paasche, ou de Fischer, introduit une distorsion compensée par l'indice de volume complémentaire.

Prenons en effet deux indices complémentaires *quel-*

[12] page 442 et prochaine page.

conques :

$$i_p . i_q = i_v \quad \text{indice de la base de valeur}$$

Alors i_v apparait comme la moyenne géométrique des indices i_p^2 et i_q^2 :

$$i_v = \sqrt{i_p^2 . i_q^2}$$

et si on pose arbitrairement :

$$\frac{i_p}{i_q} = a$$

on a $$i_p^2 = a^2 . i_v$$

d'où la définition de a similaire à celle de α en I19 page 446 :

$$i_p = a\sqrt{i_v} \qquad i_p = \frac{1}{a}\sqrt{i_v}$$

Ainsi, pour des indices usuels avec les valeurs α et β déjà définies page 445 et en combinant les relations I15 à I21 :

$$\mathscr{F}(p) = \alpha\sqrt{i_v} \qquad \mathscr{F}(q) = \frac{1}{\alpha}\sqrt{i_v}$$

$$\mathscr{L}(p) = \alpha.\beta\sqrt{i_v} \qquad \mathscr{L}(p) = \frac{\beta}{\alpha}\sqrt{i_v}$$

$$\mathscr{P}(p) = \frac{\alpha}{\beta}\sqrt{i_v} \qquad \mathscr{P}(q) = \frac{1}{\alpha.\beta}\sqrt{i_v}$$

et $$\frac{i_p}{\mathscr{F}(p)} = \frac{a}{\alpha} \qquad \frac{i_q}{\mathscr{F}(q)} = \frac{\alpha}{a}$$

pour i_p et i_q quelconques.

Sous cette présentation, on voit très bien le phénomène de compensation entre i_p et i_q, en particulier pour les indices usuels avec α et β.

Ainsi, comme les indices des prix à la consommation sont souvent sous-estimés par pression politique gouvernementale, les indices de volume sont souvent surestimés par compensation[(13)].

Le plus grand problème ne vient pas des différentes définitions mathématiques, mais de la définition d'un champ *restreint* pour les indices usuels, car l'indice des prix à la consommation n'envisage que des ventes très courantes à l'exclusion des spéculations immobilières, boursières ou sur les objets d'art[(14)]. Au contraire des indices de cette théorie qui incluent toutes les ventes aux particuliers, ou entre particuliers, et tous les revenus correspondants. Par cette exclusion des spéculations, l'indice usuel est faux dans les périodes de spéculation effreinée ou de

---

[13]Je n'accuse par les instituts publics, comme l'INSEE en France. Mais comment voulez-vous que des fonctionnaires dépendants du pouvoir politique puissent totalement résister à une pression gouvernementale menaçante ?

[14]ou sur toute revente des particuliers : entreprises non cotées, voitures de collections, plus-values réelles sur la résidence principale, etc...

marasme spéculatif. Par exemple, dans la gigantesque spéculation entre 1982 et 1987-91, l'indice des prix n'a pas reflèté le dérapage entre les revenus du travail et ceux de la spéculation. C'est ainsi qu'on a vu réapparaître les rentiers confortables du 19ème siècle, tandis qu'un partie de la population tombait dans la misère, sans que les travailleurs et leurs syndicats aient eu l'information correcte de ce dérapage[15]. Si l'indice est établi pour berner le peuple, il est parfait. Mais je ne peux souscrire à de telles méthodes car l'indice, établi pour servir de base au consensus ou à des évolutions négociées, doit être loyal. Avec des bases catégorielles ou nationales loyalement définies et précisées à chaque citation.

Je dirai en conclusion, compte tenu des nombreuses remarques et de l'imprécision des indices usuels, qui peuvent être calculés de trois manières différentes, qu'il n'y a pas d'inconvénient majeur, au moins dans les calculs théoriques, à remplacer les indices usuels par les indices de cette théorie, beaucoup plus maniables[16].

6.5 INDICES DE PRODUCTIVITE

La notion de productivité ne peut se définir de façon précise que pour des *séries* de production de biens ou services *identiques* (en distinguant aussi bien les modèles, que les tailles ou les coloris, etc...), afin d'en calculer la variation ou l'indice sur une période, car une production horaire isolée n'a guère d'intérêt général.

Dans son acception la plus générale, la productivité est le rapport, *pour une période* ou *pour une quantité produite*, entre la quantité produite et une *consommation* d'une nature quelconque relative à cette production. Par exemple, on peut définir la productivité d'une quantité produite par rapport :

. à une matière première $= \dfrac{\text{quantité produite}}{\text{matière consommée}}$

(matière mesurée en poids, en volume, en prix, etc...).

. à une machine $= \dfrac{\text{quantité produite}}{\text{temps machine consommé}}$

. à un investissement $= \dfrac{\text{quantité produite}}{\text{amortissement consommé (en monnaie)}}$

. au travail nouveau $= \dfrac{\text{quantité produite}}{\text{temps de travail nouveau consommé}}$

---

[15] Un autre problème est celui du découpage des indices entre différentes catégories : travailleurs du privé, du secteur public, chômeurs, retraités, handicapés, etc... Avant ou après impôts, avec ou sans les avantages indirects. De telle sorte que chacun peut, vis à vis de la population incompétente, prendre astucieusement ce qui convient le mieux à de fausses démonstrations dans chaque intérêt catégoriel.

[16] Il me parait aussi probable que la plupart des formules *intégrées* trouvées avec ces nouveaux indices théoriques puissent être redémontrées par des combinaisons des indices classiques de Laspeyres, Paasche, Fischer ou similaires.

. aux salaires $= \dfrac{\text{quantité produite}}{\text{salaires consommés (en monnaie)}}$

Dans cette acception la plus générale, et quelquefois employée, la productivité ainsi définie devrait plutôt s'appeler *rendement*. Aussi, puisqu'il existe ce terme mieux adapté au cas général, restreindrons-nous la notion de productivité à la **seule productivité du travail**.

Pour l'universalité de cette notion, la consommation de travail doit être mesurée avec un étalon universel. La productivité du travail sera donc **mesurée par les temps de travail** et non par leur coût. Pour des raisons d'homogénéité logique, les temps de travail recensés pour une production donnée seront non seulement les temps de travail **nouveaux**, mais aussi les temps de travail **accumulés** dans les outils (investissements amortissables).

Avec notre symbolique habituelle, la productivité d'une **série** q de produits ou services identiques s'écrira donc simplement :

$$\Phi = \frac{q}{\overline{T}} = \frac{q}{\overline{R}}$$

où $\overline{T}$ est le temps de revient de cette série q, encore représenté par la valeur normative absolue $\overline{R}$ des richesses produites.

La dimension de Φ, au sens de la dimension mathématique[17] des repères, est une quantité d'une richesse déterminée, sur un temps de travail :

$$[\Phi] = [Q][T]^{-1}$$

Bien entendu, cette productivité peut se mesurer à différents stades de production ou de vente, ou encore *entre deux stades*, c'est à dire pour une **transformation ajoutée** par $\overline{T} = \Delta\ \overline{R}$, par exemple :

. au stade matière première (vente fournisseur + port),
. en en-cours de production,
. à la vente en gros (départ usine),
. à la vente au détail (aux consommateurs),
. pour la seule transformation de l'entreprise, ou d'un atelier (travail ajouté), etc...

La productivité individuelle (par article, taille, coloris, etc...) ainsi définie est relativement peu utilisable, sauf à l'intérieur d'une même entreprise, et pour des articles répétitifs à durée de vie assez longue. Elle ne donne aucune information sur les articles non répétitifs, ni aucune mesure collective.

Aussi est-on amené pour des raisons pratiques, tant au niveau de chaque entreprise qu'au niveau national, à définir des productivités moyennes de la forme :

$$\boxed{\Phi = \frac{\Sigma\ \alpha.q}{\Sigma\ \overline{T}.q} = \frac{\Sigma\ \alpha\ .\ q}{\Sigma\ \overline{R}}}$$

où les α^j sont constants et les q^j sont les quantités produites mesurées selon des étalons quelconques en rapport avec chaque α^j, tandis que les $\overline{R}^j = \overline{T}^j.q^j$ sont les temps de revient ou valeurs normatives absolues.

La dimension *mathématique* de Φ est toujours une quantité

---

[17] à bien distinguer de la dimension de la *signification*.

sur un temps, c'est à dire que les α^j sont sans dimension mathématique[18].

Cette productivité *composite* est généralement développée d'abord au niveau des articles (en regroupant les coloris, puis les tailles dont la proportion est supposée stable), puis au niveau des familles d'articles (les slips avec les pulls), puis à la limite en ménangeant tout (les voitures, les machines, les immeubles, les articles de consommation, etc...).

Apparemment ceci n'a aucune signification, puisqu'on mélange vraiment les torchons avec les serviettes et qu'on risque de donner le même poids à un cheval et une alouette, à une boîte de conserve et un immeuble, en particulier si tous les α^j sont égaux. Il faut cependant remarquer que, même dans ce cas peu logique, la productivité ainsi définie a une petite signification *comparative* si l'on suppose que l'échantillonnage $q^1....q^n$ a peu varié entre deux mesures de la productivité.

Aussi cherche-t-on à donner aux différents α^j un poids relatif correspondant au volume d'activité de chaque richesse produite. Beaucoup de solutions, **toujours approximatives**, sont possibles en fonction du point de vue recherché. Et nous n'étudierons que celles utiles aux développements qui vont suivre.

Par exemple, on peut considérer que les temps unitaires standard, définis à une origine du temps, sont significatifs des activités unitaires *relatives.* On définira alors une productivité moyenne, **pondérée par les temps de travail unitaires** standard t^j :

$$\text{(I22)} \qquad \boxed{\Phi = \frac{\Sigma\ t\,.\,q}{\Sigma\,\overline{R}}} \qquad \text{avec } t^j = \text{constante}$$

Selon le point de vue choisi, les t^j (temps standard) et les $\overline{T}^j = \overline{R}^j/q^j$ (temps réels) seront les temps unitaires de transformation d'un atelier, d'une entreprise, c'est à dire des temps de travail *ajoutés*, ou bien des temps de travail *totaux* affectés à chaque richesse depuis son origine. Cette définition de la productivité intègre aussi toutes les richesses non répétitives, dès qu'on a établi des temps standard sur les différents stades de production. Ce qui suppose que tous les composants des richesses soient répétitifs, même si certaines richesses totales ne sont pas répétitives. Hypothèse sufisamment conforme à la réalité.

Nous voyons donc qu'à une constante près, la productivité moyenne ainsi définie est le rapport d'un temps de travail standard $\Sigma\ t^j.q^j$ *justifié* par les quantités produites q^j, sur le temps de travail *réel* $\Sigma\ \overline{T}^j.q^j$. C'est bien la logique fondamentale de la productivité du travail, que les t^j et $\overline{T}^j$ correspondent à un stade de production, ou à la totalité du processus de production et de vente depuis l'origine de chaque richesse. Dans cette expression, les t^j ne sont pas les $\overline{T}^j = \overline{R}^j/q^j$ au moment de la mesure, car mathématiquement *les* t^j *sont considérés comme des constantes*, tandis que les $\overline{T}^j = \overline{R}^j/q^j$ sont des variables. C'est à dire que la dérivée logarithmique de la productivité Φ, égale aussi à celle de son indice, est :

---

[18] En puriste, on devrait dire qu'un seul α^j est sans dimension, les autres α^i ayant la dimension $[\alpha^i] = [Q^i][Q^j]^{-1}$.

$$\frac{d\Phi}{\Phi} = \frac{di_\Phi}{i_\Phi} = \frac{\Sigma\ t.dq}{\Sigma\ t.q} - \frac{\Sigma\ d\overline{R}}{\Sigma\ \overline{R}}$$

expression qui, *pour l'indice seulement*, est valable aussi bien avec une base de mesure *d'origine* fixe (les t^j et q^j d'origine) qu'avec une **base évolutive** (les t^j sont alors les $\overline{t}^j = \overline{R}^j/q^j$ réels précédant chaque mesure)[19]. On peut donc aussi bien définir l'indice de la productivité **par sa différentielle logarithmique** :

(I23)
$$\boxed{\frac{di_\Phi}{i_\Phi} = \frac{\Sigma\ \overline{T}.dq}{\Sigma\ \overline{T}.q} - \frac{\Sigma\ d\overline{R}}{\Sigma\ \overline{R}}}$$

Or nous avons vu en I8 page 443 que $\dfrac{di_Q}{i_Q} = \dfrac{\Sigma\ \overline{T}.dq}{\Sigma\ \overline{T}.q}$

d'où
$$\frac{di_Q}{i_Q} - \frac{di_\Phi}{i_\Phi} = \frac{\Sigma\ d\overline{R}}{\Sigma\ \overline{R}}$$

et en intégrant

(I24)
$$\boxed{\frac{i_Q}{i_\Phi} = k.\overline{R}}$$

où $\overline{R} = \Sigma\ \overline{R}^j = \Sigma\ \overline{T}^j.q^j$ représente les temps de travail, ou mesure normative, du flux de la base évolutive définissant *simultanément* i_Q et i_Φ, comme différentielles logarithmiques *partielles* de $\overline{R}$ par rapport aux quantités et aux temps unitaires :

$$\frac{di_Q}{i_Q} = \frac{d^Q\overline{R}}{\overline{R}} \qquad \frac{di_\Phi}{i_\Phi} = \frac{d^t\overline{R}}{\overline{R}}$$

Cependant cette définition très logique de la productivité pondérée par les temps de travail unitaires est peu utilisée dans la pratique car, surtout au niveau des agrégats, on n'a guère accès qu'au temps de travail total $\overline{R}$ mais pas aux données individuelles $\overline{T}^j$ ou t^j et même peu souvent aux q^j. Remarque aussi valable pour i_Q que pour i_Φ liés par la relation I23.

On est donc amenés à définir la productivité moyenne par *d'autres pondérations* que celle des temps de travail unitaires. A la limite, on pourrait définir une productivité moyenne par n'importe quels standards unitaires de dimension *de signification* $[G][Q]^{-1}$ (où G est la grandeur de signification des coëfficients de pondération) donnant une productivité de dimension *de signification* $[G][T]^{-1}$ au lieu de $[Q][T]^{-1}$.

En pratique on remplace généralement la pondération des temps unitaires par la *pondération des valeurs monétaires unitaires* (prix transactionnels unitaires), plus accessibles. Et nous verrons que la *signification* d'une telle productivité moyenne pondérée par les prix est un peu différente du concept fondamental de productivité.

On définira donc une autre productivité moyenne φ (avec

---

[19] Les $\overline{T}^j$ sont ajustés *entre les mesures*, mais sont fixes *pendant chaque mesure.*

une minuscule pour rappeler les mesures transactionnelles) **pondérée par les prix unitaires** :

(I25) $$\boxed{\varphi = \frac{\Sigma\ p\,.\,q}{\Sigma\ \overline{R}}}$$ avec p^j = constante

où les prix unitaires p^j et les temps de travail $\overline{R}^j$ peuvent correspondre aux valeurs ajoutées depuis l'origine de chaque richesse (c'est à dire aux prix de revient et aux temps de revient *complets*) ou bien à des valeurs *ajoutées* partielles et *homologues* (c'est à dire que les valeurs ajoutées $p^j.q^j$ et $\overline{R}^j$ sont homologues dans les deux comptabilités simultanées, transactionnelle et normative).

En différentiant l'équation I25 on a :

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = \frac{di_\varphi}{i_\varphi} = \frac{\Sigma\ p.dq}{\Sigma\ p.q} - \frac{\Sigma\ d\overline{R}}{\Sigma\ \overline{R}}$$

puisque, mathématiquement, les p^j sont considérés comme des constantes dans cette différentiation. La dimension *mathématique* de cette deuxième productivité reste bien, comme pour la première :

$$[\varphi] = [Q][T]^{-1}$$

et l'expression différentielle ci-dessus reste valable, *pour l'indice seulement*, autant avec une **base évolutive** qu'avec une base *d'origine* fixe. On peut donc aussi bien définir l'indice de la productivité **par sa différentielle logarithmique** :

(I26) $$\boxed{\frac{di_\varphi}{i_\varphi} = \frac{\Sigma\ p.dq}{\Sigma\ p.q} - \frac{\Sigma\ d\overline{R}}{\Sigma\ \overline{R}}}$$

Or nous avons vu en I6 page 442 que $\frac{di_q}{i_q} = \frac{\Sigma\ p.dq}{\Sigma\ p.q}$

d'où $$\frac{di_q}{i_q} - \frac{di_\varphi}{i_\varphi} = \frac{\Sigma\ d\overline{R}}{\Sigma\ \overline{R}}$$

et en intégrant

(I27) $$\boxed{\frac{i_q}{i_\varphi} = k.\overline{R}}$$

où $\overline{R} = \Sigma\ \overline{R}^j$ représente les temps de travail, ou mesure normative, du flux de la base évolutive définissant *simultanément* i_q et i_φ, comme différentielles logarithmiques *partielles* de $\overline{R}$ par rapport aux quantités et aux prix unitaires :

$$\frac{di_q}{i_q} = \frac{\Sigma\ d^q\overline{R}}{\overline{R}} \qquad \frac{di_\varphi}{i_\varphi} = \frac{\Sigma\ d^p\overline{R}}{\overline{R}}$$

L'équation I27 pour i_q et i_φ est analogue à l'équation I24 page 454 pour i_Q et i_ϕ et si ces quatre indices ont *même instant d'origine* avec la valeur 1 et la *même période de mesure*, on aura alors :

$$(\text{I28})\quad \begin{cases} i_p \,.\, i_q = i_P \,.\, i_Q = \dfrac{r}{r_0} \\ \text{et} \quad \dfrac{i_Q}{i_\Phi} = \dfrac{i_q}{i_\varphi} = \dfrac{\overline{R}}{\overline{R}_0} \end{cases}$$

avec la *même base évolutive* $r = \Sigma\, p^j.q^j$ en comptabilité transactionnelle en monnaie, et $\overline{R} = \Sigma\, \overline{t}^j.q^j$ en temps de travail *homologues* dans la comptabilité normative. Nous reviendrons sur ces égalités très importantes.

Il est à remarquer que les indices i_Φ et i_φ tiennent compte *tous les deux* de la productivité des services gratuits. En effet, les temps standard t^j ou réels $\overline{T}^j$ comprennent les temps de travail des services publics gratuits utilisés *pour la production et la commercialisation* des richesses $\mathcal{R}^j$. Dans la pratique, cela comprend la quote-part des services publics gratuits utilisés par les entreprises. Cette évidence est très nette pour i_Φ dans lequel certains services publics gratuits réagissent directement sur les temps de revient des entreprises. Elle est moins nette, mais similaire, pour les services indirects comme la police, l'armée, et les différentes administrations.

Il en est de même pour l'indice i_φ pondéré par les prix, car les temps de travail des services publics gratuits affectés aux richesses $\mathcal{R}^j$ sont *les mêmes* que pour i_Φ puisque la logique d'affectation est la même. Seulement les prix transactionnels homologues sont nuls, mais *pas les temps de revient* qui comprennent la quote-part des services publics gratuits utilisés par les entreprises.

Il faut donc bien faire attention à la définition et à la signification de ces indices *théoriques* qui peuvent différer sensiblement des indices *pratiques* usuels, et il faudra en tenir compte dans la vérification de la théorie.

6.6 VALEURS RELATIVES ET PUISSANCE

On appelera **prix relatif** d'une richesse (bien, service ou travail salarié) le rapport, *avec un même étalon*, de sa mesure transactionnelle sur sa mesure normative, ou réelle :

$$(\text{I29})\qquad \boxed{\psi(\mathcal{R}) = \frac{r}{R} = \frac{\overline{r}}{\overline{R}}}$$

Le prix relatif, rapport du prix effectif au prix normatif, est *sans dimension mathématique*[20] puisque :

$$\psi = \mu\,\frac{r}{\overline{R}} = \frac{1}{\pi}\;\frac{r}{\overline{R}}$$

Or en dimensions :

$$[\mu] = [T][m]^{-1}$$

d'où $$[\psi] = [T][m]^{-1}.[m].[T]^{-1} = 1$$

Et comme pour toute définition par fraction, en cas de

[20] ou de dimension $\mathbb{R}$. Cependant ψ a une dimension de *signification* : celle d'une *puissance de vente*, comme nous allons voir.

réunions ou partitions d'ensembles, le prix relatif d'une réunion sera la moyenne des prix relatifs correspondants, *pondérés par les dénominateurs*[21].

Cette définition est la traduction mathématique *objective* des notions empiriques et floues de "cher" ou "pas cher". Comme dans toute expression nécéssitant un changement d'étalon relativiste, sa valeur sans dimension **dépendra du repère d'observation**. L'objectivité mathématique nécéssite donc la détermination précise du repère d'observation, ou "point de vue", qui peut être celui de l'un des co-échangistes (du dernier échange), celui d'un agrégat collectif définissant un repère catégoriel ou national, ou encore un repère quelconque, mais signifiant.

Cette nouvelle notion mesure précisément, sur une échelle relative d'élément neutre 1, les profits réels *globaux* de la ligne de production et de commercialisation, et les profits ou pertes réels de l'acheteur[22], en fonction du repère d'observation choisi. Aussi, lorsqu'on applique cette notion à un flux de ventes

$$\psi(\mathcal{V}) = \frac{v}{V} = \frac{\overline{v}}{\overline{V}}$$

cette définition est alors la mesure mathématique de l'inégalité *relative* des échanges considérés *en bloc*, depuis l'origine de chaque richesse. Dans ce cas, le prix relatif sera alors appelé **puissance de vente** ψ de chaque richesse, ou du flux des richesses considérées, car ce terme traduit extrêmement bien la nature des **rapports de forces** dans les échanges, que nous étudierons dans la théorie politique et qui croît avec la "puissance" des vendeurs, telle qu'elle est perçue empiriquement. Comme l'échange transactionnel dissymétrique, la notion de puissance définie à travers celle des prix relatifs, est appliquée dissymétriquement **aux vendeurs** qui ont d'ailleurs majoritairement dans la pratique, cette psychologie, cet objectif et ce résultat de la puissance.

Par assimilation logique évidente entre les salaires et les services, cette notion s'appliquera aussi aux salariés qui sont des vendeurs de services, même si majoritairement leur puissance *de vente* est inférieure à 1 dans le repère national conventionnel des valeurs ajoutées ou revenus : la majorité des salariés est *peu puissante* pour des raisons mathématiques *inévitables* découlant du calcul de la moyenne pondérée des revenus qui définit le repère national. Beaucoup de salariés n'ont d'ailleurs pas assez conscience de caractère *fondamentalement commercial* de la vente de leur travail à leur employeur, comme aussi de l'instabilité de la puissance des petits commerçants et des marchandages ainsi possibles.

Cette puissance *de vente* mesure la capacité d'une richesse **et** des vendeurs à obtenir des profits normatifs ou réels sur *l'ensemble* de la chaîne de production et de distribution. Cette *position commerciale*, puisqu'il s'agit de résultats *effectifs* dûs à la *puissance* des produits et des vendeurs, croît avec la productivité (relative aux entreprises concurrentes), avec la technologie ou l'innovation (relatives aux produits concurrents),

---

[21]Nous avons déjà vu à plusieurs reprises cette pondération par les dénominateurs, comme page 341.

[22]Car les profits ou pertes *réels* du vendeur dépendent de ses achats et aussi de ses ventes, tandis que les profits ou pertes *réels* de l'acheteur ne dépendent que de ses achats.

avec la notoriété (du produit ou de l'entreprise), avec l'organisation des réseaux de vente, et enfin avec l'entente (souvent illégale) entre vendeurs (monopoles, trusts, etc...). Elle décroît avec l'efficacité de la concurrence. La puissance *effective* des ventes est donc une notion très *synthétique*.

A l'inverse, tous les acheteurs ne sont pas impuissants et il est logique de définir la **puissance d'achat** ρ comme l'inverse de la puissance de vente :

(I30)
$$\boxed{\rho = \frac{1}{\psi}}$$

La théorie des valeurs épouse, une fois de plus, étroitement la réalité en prenant en charge un aspect important des luttes catégorielles de la théorie politique, ou lutte entre la puissance (ou l'impuissance) des vendeurs et l'impuissance (ou la puissance) des acheteurs, ces deux puissances étant inverses dans leur résultats mathématiques.

La puissance d'achat peut encore se définir comme la valeur réelle relative aux prix, ou plus simplement **valeur relative** (ou encore **temps relatif**) :

(I31)
$$\boxed{\rho(\mathcal{R}) = \frac{1}{\psi(\mathcal{R})} = \frac{R}{r} = \frac{\overline{R}}{\overline{r}}}$$

et comme son inverse ψ, ρ est sans dimension mathématique (ou de dimension $\mathbb{R}$).

Ces deux notions sont applicables aussi bien à une richesse isolée qu'à des ensembles de stocks ou à des ensembles de flux. Ou encore à des *variations* de stocks (qui sont alors des flux) ou à des événements comptables *ajoutés* (flux de valeurs ajoutées) :

$$\psi(\mathcal{VA}) = \frac{1}{\rho(\mathcal{VA})} = \frac{v\,a}{VA} = \frac{\overline{v\,a}}{\overline{VA}}$$

C'est à dire que le prix relatif et la valeur relative sont définis, non plus depuis l'origine de chaque richesse, mais sur un ou plusieurs stades de transformation ou de commercialisation :

$$\psi(\Delta\mathcal{R}) = \frac{1}{\rho(\Delta\mathcal{R})} = \frac{\Delta r}{\Delta R} = \frac{\overline{\Delta r}}{\overline{\Delta R}}$$

Cette application particulière est très intéressante pour les entreprises, car elle mesure leur capacité à faire des profits (ou des pertes) réels pour leur seule *activité ajoutée.* La puissance *de vente* ψ ainsi ajoutée[23] s'appelera alors **puissance de l'activité** industrielle, artisanale, libérale ou commerciale.

Par contre les valeurs ajoutées par les salariés, qui ne font pas de profits différentiel entre l'achat et la vente, sont égales à leurs salaires et à leurs temps de travail. La puissance de leur activité (de salarié) se confond avec celle de leur ventes (de leur travail).

On peut généraliser cette notion pour tous les particuliers en définissant la **puissance des revenus** des personnes *physiques*, travailleurs ou inactifs :

---

[23]ou plus exactement la puissance *des valeurs ajoutées*, car la puissance n'est pas une notion additive.

$$\psi(\mathcal{REV}) = \frac{1}{\rho(\mathcal{REV})} = \frac{rev}{REV} = \frac{\overline{rev}}{\overline{REV}}$$

ou encore, ce qui est très différent :

$$\psi(\mathcal{T}) = \frac{1}{\psi(\mathcal{T})} = \frac{rev}{T} = \frac{\overline{rev}}{\overline{T}}$$

Dans ce cas $\overline{T}$ n'est plus le temps de travail attribué aux revenus (valeur ajoutée *reçue*) mais le temps de travail professionnel effectué par chaque particulier (valeur ajoutée *apportée*). Comme pour le repère des travailleurs, cette notion est alors attachée aux travailleurs et non aux richesses produites.

Revenant au cas général, on peut prendre un **même référentiel de vente**[24] comme *base de mesure évolutive* **commune** pour définir le prix relatif de ces ventes (et son inverse la valeur relative), un indice des prix, un indice de volume et un indice de productivité, ces trois derniers ayant la **même logique de pondération**.

Reprenant les équations trouvées pour les deux types de pondérations essentielles étudiées dans les paragraphes 6.2, 6.3 et 6.5, et en considérant un flux de ventes $(r,\overline{R})$:

. en minuscules la pondération par les prix,
. en majuscules la pondération par les temps de travail,

on a : $$\psi = \frac{1}{\rho} = \mu . \frac{r}{\overline{R}} = \frac{1}{\pi} \; \frac{r}{\overline{R}}$$

où $\mu = 1/\pi$ correspond à un repère d'observation *quelconque* (par *exemple* : le repère national conventionnel des valeurs ajoutées).

En supposant que l'instant d'origine θ_0 soit **le même pour tous les indices** attachés à cette base de mesure évolutive et de valeur 1 à cette origine, on a vu que[25] :

(I32) $$\boxed{i_p . i_q = i_P . i_Q = \frac{r}{r_0}}$$

et

(I33) $$\boxed{\frac{i_q}{i_\varphi} = \frac{i_Q}{i_\Phi} = \frac{\overline{R}}{\overline{R}_0}}$$

---

[24] à ne pas confondre avec le reférentiel du repère d'observation.

[25] Equations I7 page 442, I10 page 443, I24 page 454 et I27 page 455 qui donnent l'équation I28 page 455 avec les constantes définies par les valeurs d'origine r_0 et $\overline{R}_0$.

d'où :

$$i_p . i_\varphi = i_P . i_\Phi = \frac{\overline{R}_0}{r_0} \; \frac{r}{\overline{R}}$$

(I34)
$$= \frac{\overline{R}_0}{r_0} \; \frac{\psi}{\mu} = \frac{\overline{R}_0}{r_0} \; \pi . \psi$$

$$= \frac{\overline{R}_0}{r} \; \frac{1}{\mu . \rho} = \frac{\overline{R}_0}{r_0} \; \frac{\pi}{\rho}$$

(dans le cas où les origines des indices sont différentes, des coëfficients
constants de raccord apparaissent dans les égalités
ci-dessus).

Nous trouvons donc que :

(I35)
$$\boxed{\mu = \frac{1}{\pi} = \frac{k.\psi}{i_p . i_\varphi} = \frac{k}{\rho . i_p . i_\varphi}}$$

et **non pas** : $\mu = \dfrac{k}{i_p . i_\varphi}$ $\pi = k.i_p.i_\varphi$

comme on aurait pû s'y attendre : le prix du temps (ou à l'inverse la valeur absolue de la monnaie) n'est pas simplement proportionnel à l'indice des prix (national ou non), corrigé par l'indice de la productivité correspondant, comme me le suggérait mon intuition première et le raisonnement de certains économistes avant cette théorie. Il intervient **une variable inattendue** $\psi = 1/\rho$ dont l'action peut être importante, *dans certaines circonstances économiques* que nous allons préciser. Car en effet, c'est la seule *variation* de $\psi = 1/\rho$ qui compte puisque les indices sont définis à une constante multiplicative près et la valeur de $\psi = 1/\rho$ importe peu dans les périodes où elle est stable.

La valeur de $\psi = 1/\rho$ dépend, bien sûr, du repère d'observation (national ou non) et du référentiel de ventes choisi (national ou non, et indépendant du repère d'observation). Ces valeurs $\psi = 1/\rho$, spécifiques à chaque champ d'indices, participent aussi aux raccords entre les évolutions divergentes des indices des différents champs de mesure. Comme l'évolution de la valeur de la monnaie (ou plus exactement son inverse le prix du temps) est habituellement mesurée par l'indice national des prix à la consommation, nous allons donc étudier la valeur de $\psi = 1/\rho$ pour le référentiel des ventes nationales à la consommation *des particuliers*, dans le repère d'observation national conventionnel des *valeurs ajoutées nationales* (repère des revenus nationaux), le seul qui soit homogène dans les économies ouvertes.

6.7 APPLICATION AUX ACHATS DES PARTICULIERS NATIONAUX

En désignant ces achats par $\mathcal{a}_p(a_p, \overline{A}_p)$ conformément à nos équations générales en économies ouvertes on a alors :

$$\text{(I36)}\quad \boxed{\begin{array}{l} i_p \,.\, i_\varphi = \dfrac{\overline{A}_{p_0}}{a_{p_0}} \,.\, \dfrac{\overline{A}_p}{a_p} = k\,\dfrac{a_p}{\overline{A}_p} \\[2ex] i_p \,.\, i_q = \dfrac{a_p}{a_{p_0}} = k' \,.\, a_p \\[2ex] \dfrac{i_q}{i_\varphi} = \dfrac{\overline{A}_p}{\overline{A}_{p_0}} = k'' \,.\, \overline{A}_p \qquad\qquad k = \dfrac{k'}{k''} \end{array}}$$

où i_p, i_q et i_φ sont les indices des prix, de volume et de productivité de la base évolutive $\mathcal{a}_p(a_p,\overline{A}_p)$, *pondérés par les quantités et les prix unitaires*, et non par les temps de travail[26].

Toutes ces relations sont **indépendantes des repères**, car ce sont des mesures directes, sans aucune équivalence. Elles ne dépendent pas de l'axiomatique de cette théorie. Elles peuvent donc être établies en dehors de cette théorie, avec les mêmes développements (éventuellement avec une symbolique moins puissante).

Par contre la relation[27] :

$$\text{(I37)}\quad \boxed{\psi = \frac{1}{\rho} = \frac{a_p}{A_p} = \frac{\overline{a}_p}{\overline{A}_p}}$$

dépend du repère d'observation choisi, car il y a équivalence dans le changement d'étalon, donc de repère, pour l'une des deux mesures a_p ou $\overline{A}_p$.

De même la relation[28] :

$$\text{(I38)}\quad \boxed{\frac{a_p}{\overline{A}_p} = \pi.\psi = \frac{1}{\mu.\rho}}$$

dépend de ce même repère d'observation choisi.

Nous avons trois relations I36 entre les trois indices i_p, i_q et i_φ *deux à deux.* En supposant que a_p et $\overline{A}_p$ soient mesurables, il est quand même nécéssaire de **mesurer directement au moins l'un des indices** pour obtenir les deux autres par ces relations[29]. Dans la pratique, c'est la mesure de i_p par échantillon-

---

[26]Relations I7 page 442 et I27 page 455 et non pas I10 page 443 et I24 page 454. La première des relations I36 est obtenue par multiplication des deux autres.

[27]C'est la relation I31 page 458.

[28]obtenue avec I37 et $\mu = \dfrac{1}{\pi} = \dfrac{\overline{a}_p}{a_p} = \dfrac{\overline{A}_p}{A_p}$

[29]En fait i_φ pouvant être estimé forfaitairement sur la moyenne

nage qui permet de calculer i_q et i_φ. En théorie nous procèderons autrement, car c'est l'évolution de i_p qui nous intéresse, et nous supposerons i_φ connu. Plus exactement, nous allons étudier la fonction i_p par rapport aux variables i_φ, a_p et $\overline{A}_p$ à l'aide de la première relation I36. Nous nous intéresserons donc particulièrement à la mesure et à la variation de $\frac{a_p}{\overline{A}_p}$.

Seul a_p est mesurable en approche directe par la Comptabilité Nationale des valeurs monétaires, et il est évident qu'il est impossible de faire la mesure *directe* des temps de travail $\overline{A}_p$ contenus dans les achats des particuliers. Aussi reprendrons-nous les équations générales déjà établies[30], **hors variance des capitaux** (variance des *quantités* de monnaie), **en économie ouverte**, pour obtenir une mesure indirecte de $\overline{A}_p$ ou de $\frac{a_p}{\overline{A}_p}$, soit :

$$a_p = \Delta r_n - \Delta r_e = rev_n - (\Delta r_e + bt + bc) \qquad \text{en monnaie}^{(31)}$$

$$\overline{A}_p = \Delta\overline{R}_n - \Delta\overline{R}_e = \overline{T}_n - (\Delta\overline{R}_e + \overline{BT} + \overline{BC}) \qquad \text{en temps de travail}^{(32)}$$

et nous pouvons faire immédiatement un certain nombre de remarques :

- les deux expressions ci-dessus se ressemblent sans être homologues. La raison, que nous avons déjà vue, est que les valeurs ajoutées *reçues* ($va_n = rev_n$ et $\overline{VA}_n = \overline{REV}_n$) ne sont égales aux valeurs ajoutées *apportées* (va_n et $\overline{T}_n$) qu'en comptabilité transactionnelle.
- le rapport $\frac{a_p}{\overline{A}_p} = \frac{\Delta r_n - \Delta r_e}{\Delta\overline{R}_n - \Delta\overline{R}_e}$ ne dépend ni de l'endettement national m_n ou de sa variation Δm_n, ni de la balance des paiements, car l'attribution des valeurs ajoutées *aux richesses* de la base de mesure évolutive (a_p,$\overline{A}_p$) ne tient pas compte de l'échéance des dettes. Ces échéances et la législation des monnaies ont une action indirecte *limitative*, mais l'indice des prix à la consommation (achats des particuliers) ne dépend pas de l'endettement national, ni des endettements internes. Ainsi un endet-

---

d'un decennie, on peut ainsi calculer rapidement tous les indices sans échantillonnage, avec une précision déjà très intéressante.

[30] page 259 et suivantes.

[31] De t18 page 266 on tire $a_p = \Delta r_n - \Delta r_e$
et par t20 $= va_n - bt - bc - \Delta r_e$
et de t26 $va_n = rev_n$

[32] De N10 page 272 on tire $\overline{A}_p = \Delta\overline{R}_n - \Delta\overline{R}_e$
et de N14 et N17 $= \overline{T}_n - \Delta\overline{R}_e - \overline{BT} - \overline{BC}$

tement acceptable par les pays tiers peut-il retarder le dérapage des prix et, inversement, la perte de crédibilité internationale, si elle comporte une dévaluation ou une limitation des échanges extérieurs, entrainera le *rattrapage* de cet artifice.

. si on ne peut mesurer directement $\overline{A}_p$ en temps de travail, on peut en avoir une approche sérieuse par la relation :

$$\overline{A}_p = \overline{T}_n - (\Delta\overline{R}_e + \overline{BT} + \overline{BC}) \quad \text{en temps de travail}$$

avec des hypothèses d'approximation raisonnables :

.. on peut mesurer directement le temps de travail national $\overline{T}_n$ par la Comptabilité Nationale, au même titre et avec la même approximation que les autres mesures nationales. Cela nécéssitera seulement d'estimer par sondages les horaires des travailleurs qui ne pointent pas, en particulier ceux des dirigeants, des cadres, des artisans et des professions libérales,

.. $\Delta\overline{R}_e$ en temps de travail, peut être estimé à partir de Δr_e en monnaie en supposant, par exemple, que $\dfrac{\Delta\overline{R}_e}{\Delta r_e} \simeq \dfrac{\Delta\overline{R}_n}{\Delta r_n}$, c'est à dire que la puissance de vente est approximativement la même à tous les stades de la chaîne de production et de commercialisation[33]. Nous verrons les conséquences d'une telle hypothèse et nous cernerons son approximation.

.. la balance commerciale en temps de travail $\overline{BC}$ peut être estimée de même à partir de bc = exp - imp en monnaie, mais l'analyse des importations, pays par pays, doit se doubler d'une analyse par types de produits, comme pour l'exportation.

Il n'est pas question ici de rentrer dans les techniques des mesures nationales, ni de mettre au point les nouveaux instruments de mesure nécéssités par cette théorie. Aussi nous contenterons-nous donc de l'analyse théorique pour examiner essentiellement l'influence des différents facteurs sur l'inflation, problème économique majeur.

L'influence de $1/i_\varphi$ sur i_p est très claire et très connue, même si i_φ est souvent calculé à partir de la mesure de i_p (et pas toujours avec une logique mathématique exacte). Nous n'analyserons pas l'indice de productivité i_φ **pondéré par les prix unitaires** et je rappelle la différence avec i_Φ pondéré par les temps de travail unitaires[(34)], qui est en relation avec i_P (grand

---

[33] En fait il ne s'agit que d'une *moyenne* résultante, très vraisemblable, mais à vérifier par sondage.

[34] On pourrait aussi déterminer un indice de la productivité global et pondéré par les prix, en prenant les *prix de revient* de toutes les richesses, y compris les services publics gratuits. Je ne l'ai pas étudié.

P) et non i_p (petit p).

Pour aller plus loin dans l'analyse, il nous faut maintenant *choisir un repère*. Nous supposerons donc, pour nous permettre de combiner simplement les équations, que **la période de mesure est la même pour tous les agrégats** ; par exemple, un mois déterminé. C'est à dire que certaines relations simples proviendront de ce que le repère monétaire utilisé a *même période de flux* que les indices, et n'est pas un repère d'observation quelconque. Le lecteur notera aussi qu'on choisit alors un repère moyen *unique* qui justifie l'utilisation des équations *hors variance des capitaux*, puisque le repère ne varie pas *pendant la période de mesure.*

Dans le repère des particuliers, cité ici seulement comme exemple, on aurait :

$$\mu = \frac{1}{\pi} = \frac{\overline{A}_p}{a_p} = \mu \frac{A_p}{a_p}$$

d'où

$$\psi = \frac{1}{\rho} = \frac{a_p}{A_p} = 1$$

Cette évidence nous était déjà apparue lors de la définition du repère des particuliers[1] puisque *dans ce repère*, la valeur transactionnelle globale des achats des particuliers est, *par définition* du repère, égale à leur valeur normative (ou réelle) globale.

Toujours dans le repère des particuliers, on a aussi :

$$\pi.\psi = \frac{1}{\mu . \rho} = \frac{a_p}{\overline{A}_p}$$

On tourne en rond dans ce repère articiciel qui ne mène à rien.

Aussi l'analyse n'est fondamentale que dans le repère national des valeurs ajoutées qui donne des résultats très intéressants. Ce repère est très voisin du repère des particuliers et les résultats *numériques* sont très proches. Mais sur le plan théorique, il permet de simplifier les équations *symboliques* sans traîner les fausses égalités ou les approximations qui seraient nécéssaires dans le repère des particuliers. De plus le repère national conventionnel est le repère *logiquement fondamental.*

Tout ce que nous allons voir maintenant n'est donc **valable que dans le repère national** des valeurs ajoutées, mais néanmoins avec les équations des économies *ouvertes*, donc dans le cas le plus général.

Dans le repère national, on a *par définition* de ce repère :

$$\mu = \frac{1}{\pi} = \frac{\overline{VA}_n}{va_n} = \frac{\overline{REV}_n}{rev_n} = \frac{\Delta\overline{R}_n}{\Delta r_n}$$

c'est à dire $\quad REV_n = rev_n$

D'où, **hors variance des capitaux**, en monnaie[2] :

---

[1]page 414.

[2]Voir les équations générales des économies ouvertes, relations N22 page 272 et t28 page 266.

$$\begin{aligned} REV_n &= A_p + \Delta R_e + \Delta m_n \\ &= rev_n \\ &= a_p + \Delta r_e + \Delta m_n \end{aligned}$$

soit[3] :

$$\begin{aligned} \Delta R_n &= A_p + \Delta R_e \\ &= T_n - BT - BC \\ &= \Delta r_n \\ &= rev_n - bt - bc \end{aligned}$$

et encore

$$\begin{aligned} A_p - a_p &= \Delta r_e - \Delta R_e \\ &= REV_p - rev_p \\ &= rev_e - REV_e \end{aligned}$$

c'est à dire que $(A_p - a_p)$, exprimé en monnaie, représente les *plus ou moins-values réelles des particuliers* (hors variance des capitaux) *sur leurs revenus apparents* (ou l'inverse pour les entreprises et l'Etat, et etc...). Ces relations sont aussi valables dans l'étalon de temps de travail.

D'où les combinaisons multiples :

$$\psi = \frac{a_p}{A_p} = \mu\frac{a_p}{\overline{A}_p} = \frac{\overline{REV}_n}{rev_n} . \frac{a_p}{\overline{A}_p} = \frac{\overline{REV}_n}{\overline{A}_p} . \frac{a_p}{rev_n}$$

$$= 1 + \frac{\overline{a}_p - \overline{A}_p}{\overline{A}_p} = 1 + \frac{\Delta\overline{R}_e - \Delta\overline{r}_e}{\overline{A}_p}$$

$$= 1 + \frac{\overline{rev}_p - \overline{REV}_p}{\overline{A}_p} = 1 + \frac{\overline{REV}_e - \overline{rev}_e}{\overline{A}_p}$$

$$= \frac{\overline{T}_n - (\Delta\overline{r}_e + \overline{BT} + \overline{BC})}{\overline{A}_p} \qquad \text{(notez } \Delta\overline{r}_e \text{ et non } \Delta\overline{R}_e\text{)}$$

ainsi que les mêmes relations en monnaie (sans barres).

De même :

$$\rho = \frac{A_p}{a_p} = p\frac{\overline{A}_p}{a_p} = \frac{rev_n}{\overline{REV}_n} . \frac{\overline{A}_p}{a_p} = \frac{rev_n}{a_p} . \frac{\overline{A}_p}{\overline{REV}_n}$$

$$= 1 + \frac{A_p - a_p}{a_p} = 1 + \frac{\Delta r_e - \Delta R_e}{a_p}$$

---

[3] avec les relations N10 et N14 et N15 page 272, et t20, t26 et t28 page 266.

$$= 1 + \frac{REV_p - rev_p}{a_p} = 1 + \frac{rev_e - REV_e}{a_p}$$

$$= \frac{T_n - (\Delta R_e + BT + BC)}{a_p} \quad \text{(notez } \Delta R_e \text{ et non } \Delta r_e\text{)}$$

ainsi que ces mêmes relations en temps de travail (avec barres).

Nous étudierons plutôt ρ que $\psi = 1/\rho$ parce que :

. c'est la puissance d'achat des particuliers, correspondant (d'assez loin) aux notions de pouvoir d'achat ou de niveau de vie des particuliers. Nous n'aurons donc pas besoin d'inverser les phrases sous l'angle envisagé pour les particuliers (autrement on aurait regardé le point de vue des entreprises par leur puissance de vente aux particuliers ψ, et étudié plutôt v_p que a_p),
. les valeurs monétaires, plus accessibles, sont au dénominateur,
. l'expression avec T_n est plus homogène (ΔR_e au lieu de Δr_e), bien qu'on puisse encore écrire :

$$\rho = \frac{1}{\psi} = \frac{\overline{T}_n - (\Delta\overline{R}_e + \overline{BT} + \overline{BC})}{\overline{T}_n - (\Delta\overline{r}_e + \overline{BT} + \overline{BC})}$$

Nous étudierons donc d'abord l'expression :

(I39) $$\boxed{\rho = 1 + \frac{\Delta r_e - \Delta R_e}{a_p}}$$

où $$\Delta R_e = \pi.\Delta\overline{R}_e = \frac{\Delta\overline{R}_e}{\mu}$$

en constatant que Δr_e, variation transactionnelle des stocks (et immobilisations) des entreprises (et de l'Etat, etc...) est déjà faible par rapport à a_p, output des entreprises, *d'autant plus que la période de référence est longue* (par exemple l'année).

De plus la formule I39 fait intervenir

$$\Delta r_e - \Delta R_e = \Delta r_e - \pi.\Delta\overline{R}_e$$

c'est à dire *l'écart* entre le prix transactionnel et le prix normatif de la *variation* des stocks (et immobilisations). C'est donc une variation du *2ème ordre* qui montre donc que, *dans le repère national conventionnel* des valeurs ajoutées, la puissance d'achat des particuliers est *approximativement égale à* 1 (nous l'étudierons plus finement ci-après). C'est le même raisonnement qui nous avait montré que le repère national conventionnel est très proche du repère des particuliers et que *dans ces repères*, les profits ou pertes des entreprises (et de l'Etat, etc...) *est pris sur les travailleurs* (y compris les non salariés). C'est une conséquence du choix de ces repères qui *se calent automatiquement* pour donner ce résultat *en moyenne*, sans signification politique.

Une deuxième raison pour laquelle la puissance d'achat des particuliers est très proche de 1 est l'hypothèse très pausible (et effectivement très bien approchée sur une période assez longue comme l'année) que la puissance des ventes des entreprises aux particuliers est approximativement la même que la puissance de leurs ventes *entre elles.*

Dans ce cas on a[4] :

$$\frac{a_p}{A_p} = \frac{\Delta r_e}{\Delta R_e} = \frac{a_p + \Delta r_e}{A_p + \Delta R_e} = 1$$

$$= \frac{\Delta r_n}{\Delta R_n} = \frac{\Delta r_n + \Delta m_n}{\Delta R_n + \Delta m_n} = \frac{rev_n}{REV_n} = \frac{va_n}{VA_n}$$

c'est à dire que le repère des particuliers

$$\mu_p = \frac{1}{\pi_p} = \frac{\overline{A}_p}{a_p}$$

est alors égal au repère national

$$\mu_n = \frac{1}{\pi_n} = \frac{\overline{VA}_p}{va_n}$$

Prenons un exemple numérique en conjoncture régulière, et sur une année entière où les variations saisonnières se compensent. La variation des stocks (et immobilisations *résiduelles*) ne peut guère dépasser 10 % de la production annuelle (ça me semble déjà un maximum *en moyenne nationale* dans des circonstances normales, lorsqu'on n'oublie pas les immobilisations). L'écart entre la valeur transactionnelle et la valeur normative des stocks (et immobilisations) des entreprises (et de l'Etat, etc...) ne peut guère non plus dépasser 10 % dans des circonstances normales, car le repère national *se cale automatiquement* et les entreprises sont aussi dures entre elles qu'avec les consommateurs.
On aurait donc :

$$\frac{\Delta r_e - \Delta R_e}{a_p} = \frac{\Delta r_e}{a_p}\left(1 - \frac{\Delta R_e}{\Delta r_e}\right) \simeq 0{,}1\ (1 - 0{,}9) = 0{,}01 = 1\ \%$$

C'est une approximation très raisonnable *à l'année*, d'autant plus que ce n'est pas la valeur de ρ qui influence i_p, mais la *variation* de ρ (variation du *3ème ordre*) dans la *variation* de i_p qui *seule importe*. Nous verrons qu'il n'en est pas de même à l'échelon *mensuel*, où une approximation de 1 % n'est pas admis-

---

[4]La première égalité est la traduction de l'égalité de puissance entre les achats des particuliers et ceux des entreprises (donc dans leurs stocks). La troisième fraction est obtenue par la règle de composition linéaire des fractions, annexe mathématique § A.2 page a-2. Cette première ligne de fractions est égale à 1 par définition du repère des particuliers où $a_p = A_p$.

On utilise ensuite les relations t19 et N11, puis à nouveau la règle de composition avec $\Delta m_n / \Delta m_n = 1$, puis enfin les relations t26 et N20 (page 266 et 272).

sible et où $\rho = 1/\psi$ peut varier, *à court terme*, de plusieurs pourcents, *dans des circonstances économiques exceptionnelles* (blocage des prix, avec ou sans blocage des salaires, déblocage des prix, augmentation générale massive des salaires du type des accords de Grenelle en France en mai 1968, inflation galopante, etc...).

Pour mieux se rendre compte de ce qui se passe en circonstances économiques normales, prenons l'exemple numérique fantaisiste d'une économie fermée utopique ou tous les particuliers auraient le même salaire (nous l'appelerons le particulier) et où toutes les entreprises de service (sans immobilisations pour éviter les stocks) ont le même taux de profit *transactionnel* (nous l'appelerons l'entreprise).

Supposons donc que, pendant la période de référence, le particulier, *salarié*, ait travaillé 100 heures pour un salaire de 800 francs, tandis que la revente de ce travail par l'entreprise au même particulier soit de 1.000 francs (il peut le faire en désépargnant ou en empruntant aux banques, c'est à dire ici à l'entreprise).

. les achats du particulier sont :

$$a_p = 1.000 \text{ francs}$$

$$\overline{A}_p = 100 \text{ heures de travail}$$

. le revenu du particulier est :

$$\begin{aligned} rev_p &= 800 \text{ francs de salaire } (t_p) \\ &= 1.000 \text{ francs d'achats } (a_p) - 200 \text{ francs de dettes } (\Delta m_p) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{REV}_p = {} & 100 \text{ heures de travail } (\overline{T}_p) \\ & - \text{ équivalent de 200 francs } (\overline{PP}_p = \Delta\overline{m}_p) \\ & \text{(perte normative, ou réelle, sur le salaire)} \end{aligned}$$

. le revenu de l'entreprise est :

$$\begin{aligned} rev_e &= 1.000 \text{ francs de vente (recettes } rec_e) \\ &\quad - 800 \text{ francs de salaires (dépenses } dep_e) \\ &= 200 \text{ francs de créance } (\Delta r_e + \Delta m_e = \Delta m_e \text{ car } \Delta r_e = 0) \end{aligned}$$

$$\overline{REV}_e = \text{équivalent de 200 francs } (\Delta m_e)$$

. le repère national est :

$$\mu_n = \frac{1}{\pi} = \frac{REV_n}{rev_n} = \frac{REV_p + REV_e}{rev_p + rev_e}$$

$$= \frac{100 \text{ heures de travail}}{1.000 \text{ francs}} = 0{,}1 \text{ h/F}$$

. le repère du particulier est :

$$\mu_p = \frac{1}{\pi} = \frac{A_p}{a_p} = \frac{100 \text{ heures de travail}}{1.000 \text{ francs}} = 0{,}1 \text{ h/F.}$$

C'est évidemment *exactement* le même repère que le repère national car $\Delta r_e = \Delta R_e = 0$ dans cet exemple, et alors forcément $\Delta r_e - \Delta R_e = 0$.

. la puissance de vente de l'entreprise (ou l'inverse de celle des achats des particuliers) est :

$$\frac{a_p}{A_p} = \mu \frac{a_p}{\overline{A}_p} = 0{,}1 \times \frac{1.000}{100} = 1$$

. la puissance de vente des salaires est :

$$\frac{t_p}{T_p} = \mu \frac{t_p}{\overline{\overline{T}}_p} = 0{,}1 \times \frac{800}{100} = 0{,}8$$

On voit sur cet exemple chiffré fantaisiste que le repère national s'est calé, ici exactement, sur les achats des particuliers (achats des consommateurs nationaux) et que *dans le repère national conventionnel* des valeurs ajoutées, les profits des entreprises (et de l'Etat, etc...) sont *pris sur les travailleurs*[5] (inversement *les pertes sont données aux travailleurs*).

Toujours pour dégrossir le cas général, revenons au cas d'une économie complexe, mais *fermée.* Dans ce cas, le repère national est exactement :

$$\mu = \frac{1}{\pi} = \frac{\overline{T}_n}{rev_n}$$

puisque $\overline{VA}_n = \overline{REV}_n = \overline{T}_n$

Les achats des particuliers sont ici égaux aux ventes des entreprises à tous les particuliers v_p et :

(I40) $$\boxed{i_p . i_\varphi = k.\pi.\psi = \frac{k}{\mu . \rho} \simeq k \frac{rev_n}{\overline{T}_n}}$$

L'indice général des prix à la consommation est donc inversement proportionnel à l'indice de la productivité *de la production marchande* (ce que tout le monde savait) *pondérée par les prix* (en ayant déjà moins conscience de ce choix *particulier*) *après impôts* (ce qui réintroduit indirectement la pondération des prix de revient de l'Etat, etc...) et **proportionnel au revenu national horaire moyen**.

Voilà enfin déterminée sans ambiguïté la vraie nature de l'inflation par son *origine comptable* : c'est **l'inflation des revenus nationaux** (particuliers, entreprises, Etat, etc...) **par rapport au temps de travail national**, **compensée ou aggravée** par la variation de la productivité de la production marchande (*avec impôts*). Cette équation extrêmement synthétique

---

[5] Dans la réalité, la puissance de vente *moyenne* des *salariés* est inférieure à 1, tandis que la puissance d'achats des *particuliers* est légèrement supérieure à 1. Ceci est possible parce que certains groupes de particuliers non salariés ont une puissance de vente supérieure à 1, mais surtout parce que les particuliers *n'achètent pas tout* le produit des entreprises. La différence est le profit réinvesti dans les entreprises (et l'Etat, etc...). Et les moyennes englobent la disparité des situations individuelles.

$$\boxed{i_p . i_\varphi \simeq k \frac{rev_n}{\overline{T}_n}}$$

et approximative[6] donne à la fois les *causes fondamentales* et le résultat de l'inflation. Ceci ne fera pas disparaître les querelles entre économistes sur les *causes psychologiques* de l'inflation, c'est à dire sur les conditions qui favorisent les *comportements*[7] inflationnistes : revendications catégorielles, déséquilibre de l'offre et de la demande, monopoles, laxisme monétaire, anticipations inflationnistes, échelle mobile des salaires, incompétence économique de certains gouvernements, des salariés et de certains de leurs syndicats, etc...

Mais tout le monde doit savoir maintenant qu'on ne peut pas augmenter les revenus des particuliers, de l'Etat, des Collectivité Publiques et des Organismes Sociaux, en maintenant ceux des entreprises (qui créent ou maintiennent l'emploi fondamental de la production marchande, au crochet duquel vivent tous les autres), en diminuant le travail national, en détruisant la productivité des entreprises (et de l'Etat, etc...) par des contraintes sociales ou syndicales quelquefois exorbitantes, sans que la monnaie ne s'effondre pour compenser toutes ces erreurs économiques. C'est la condamnation mathématique de toutes les illusions de beaucoup de socialistes, malheureusement incompétents[8]. Les artifices *retardataires* que nous allons voir n'y changeront rien, car rapidement l'économie se chargera de *rattraper* ce décalage : le pain sera d'autant noir qu'on aura mangé trop de pain blanc dans l'illusion.

Cette équation amène cependant une surprise, au moins pour moi : puisqu'elle ne tient compte que du revenu national *global*, alors à revenu égal des particuliers et des entreprises, *le déficit de l'Etat est déflationniste*[9], contrairement à l'opinion courante. De même pour les organismes sociaux et les entreprises : c'est plus évident, mais on a peu conscience qu'on paiera très cher *en inflation* lors du rattrapage inévitable.

Rentrons dans le détail de l'action *immédiate ou à terme* des différentes variables qui montre l'exactitude de cette équation, effectivement très synthétique, car on vérifie immédiatement qu'elle réagit conformément à l'expérience :

a) Si les particuliers (essentiellement les salariés) augmentent

---

[6]Nous étudierons plus loin la formule exacte.

[7]La théorie des valeurs, ou théorie de la *signification* des valeurs et de certaines de leurs relations, n'explique pas l'origine de ces valeurs contingentes. Cette origine est expliquée par les *comportements* humains, dans la théorie politique.

[8]Ce texte date de 1982.

[9]Je rappelle que j'ai généralisé la notion d'inflation/déflation *symétriquement* pour la valeur de la monnaie et pour les volumes. En utilisant ces termes par défaut *pour la monnaie*. La déflation indiquée ici n'est pas celle des volumes, mais celle de la monnaie (correspondant à l'horrible *désinflation* actuellement utilisée).

Et j'ai aussi abandonné le terme de *réflation* que j'avais imaginé, pour symétrie insuffisante.

soudainement leurs revenus, dans un premier temps (sauf anticipation) les entreprises ne réagissent pas (temps de réponse des prix de vente aux augmentations de salaires). *L'augmentation des revenus des particuliers est prise sur les entreprises, et la monnaie ne bouge pas puisque le revenu national est inchangé* ($\pi = 1/\mu = \overline{REV_n}/rev_n$). Les prix de détail ne bougent pas non plus, conformément à l'équation I40.

b) Les entreprises répercutent les augmentations de salaires (*à terme toujours en proportionnelle*, s'il n'y a pas de blocage des prix. De même pour les impôts. La valeur de la monnaie, ou le prix du temps ($\pi = 1/\mu = \overline{REV_n}/rev_n$), bougera alors à peu près *dans la même proportion*. De même que l'indice des prix, proportionnel à π, au coëfficient ψ près, mais constant à long terme. Proportionnalité que chacun a longuement vérifiée (hors la compensation partielle par l'amélioration de la productivité).

c) Un blocage ou contrôle sévère des prix (sans blocage des salaires et non accompagné de dévaluation) sera pris sur le revenu des entreprises. A court terme ce blocage maintiendra la monnaie $i_p.i_\varphi = k.rev_n/\overline{T_n}$ et les prix, mais à terme il réduira l'amélioration de la productivité i_φ par manque d'investissements, et le temps de travail national $\overline{T_n}$ par dépôts de bilans. C'est pourquoi certains économistes disent que le blocage des prix est déflationniste[10] à court terme et inflationniste à terme. Contre l'illusion de beaucoup de gens incompétents.

d) L'Etat augmente son déficit[11] (ses pertes comptables)[12]. Là il faut bien distinguer plusieurs cas types bien différents :

. *à dépenses égales* et toutes choses égales par ailleurs, l'Etat augmente son déficit. Ceci n'est possible que *par diminution des impôts* (ou augmentation inférieure à l'inflation) :

.. soit des *entreprises* : à revenu égal et productivité inchangée , leurs prix de vente baisseront alors (ou augmenteront moins) et i_p le constatera, *comme la monnaie*

$$(\pi = 1/\mu = \overline{REV_n}/rev_n).$$

.. soit des *particuliers* : dans ce cas le déficit supplémentaire de l'Etat ne se retrouvera qu'en augmentation des revenus des particuliers. La monnaie ne bougera pas, mais il n'y aura aucun bénéfice pour les prix à la consommation, comme le constate l'équation.

---

[10]ou "désinflationniste".

[11]Ceci est possible car l'Etat a le privilège *unique* de ne jamais payer toutes ses dettes, qu'elles soient seulement inscrites à l'Institut d'Emission ou qu'elles comprennent en plus, comme en France, le montant des caisses d'épargnes et des comptes courants postaux, que l'Etat a consommé depuis longtemps. En dehors de ces artifices, les seules limites de l'Etat sont sa crédibilité, surtout internationale, et les répercussions sur la mase monétaire.

[12]ce qui nécéssite que l'Etat ait une véritable comptabilité de profit et pertes et non une simple comptabilité de trésorerie. Ou que la Comptabilité Nationale reconstitue les éléments nécéssaires.

. *à impôts égaux*, l'Etat embauche des chômeurs. Dans ce cas son déficit supplémentaire se retrouve exactement en complément des revenus des particuliers et en diminution du chômage.

Si les revenus supplémentaires des entreprises (baisse des cotisations de chômage) ne sont pas répercutés sur les prix de vente, *la monnaie s'améliore quand même* par l'augmentation du travail national $\overline{T}_n$. Mais puisque les prix ne bougent pas, *c'est* i_φ *qui varie* en raison inverse de $\overline{T}_n$. *L'embauche par l'Etat de fonctionnaires non productifs détruit la productivité de la production marchande* i_φ, telle qu'elle est définie dans cette théorie.

Si au contraire les entreprises maintiennent leurs revenus en répercutant la baisse de leurs cotisations sur les prix, ceux-ci s'amélioreront dans une proportion inférieure à la monnaie (à cause de la baisse de i_φ ci-dessus). Mais cette augmentation du déficit de l'Etat est quand même déflationniste *parce que l'Etat aide à résorber les cotisations chômage des entreprises* (l'impact est faible si les cotisations de chômage sont surtout supportées par les salariés eux-mêmes).

. un fort déficit de l'Etat par les salaires des fonctionnaires injecte dans l'économie un pourvoir d'achat sans contrepartie en production marchande. Ceci n'est pas forcément inflationniste en dépression conjoncturelle où cette injection peut simplement aider à la reprise en évitant chômage et faillites. Au contraire, en conjoncture normale ou forte, l'augmentation du déficit de l'Etat est inflationniste en déséquilibrant la demande, et permet alors aux entreprises d'augmenter leurs prix dans la facilité. Et leurs revenus qui réagissent sur notre formule.

. le lecteur pourra s'amuser à étudier les réactions de cette équation dans les nombreux cas de figure possibles, en distinguant bien les variations de rev_n, $\overline{T}_n$, et i_φ, en réaction sur π et i_p. Il serait d'ailleurs utile de développer les trois premières variables en fonction des facteurs économiques essentiels, car cette équation est *trop* synthétique pour rendre facilement compte de l'influence détaillée de chacun de ces facteurs[13]. Surtout pour i_φ[14].

---

[13]un peu comme l'équation de Schrödinger est trop synthétique pour être utilisée telle quelle. C'est pourquoi on la développe ensuite par différentielles dans chaque cas particulier.

[14]On peut trouver une formule approchée de i_φ en considérant la productivité des ventes hors services publics gratuits (donc hors taxes et impôts) et en rajoutant ces services gratuits pour leur prix de revient p_g. Soit :

$$i_\varphi \simeq \frac{\Sigma\ p_{ht}.d\overline{t}_i + \Sigma\ p_g.d\overline{t}_j}{\Sigma\ p_{ht}.\overline{t}_i + \Sigma\ p_g.\overline{t}_j}$$

L'indice résultant sera la moyenne des indices séparés (prix de vente hors taxes et prix de revient publics), *pondérés*

Cette équation

$$i_p . i_\varphi \simeq k. \frac{rev_n}{\overline{T}_n}$$

approximative, aurait pû être découverte depuis longtemps par approche directe, en dehors de cette théorie, même avec une autre symbolique, puisqu'on pouvait établir directement, en économie fermée, que[15] :

$$i_p . i_\varphi = k. \frac{a_p}{\overline{A}_p}$$

avec $a_p = rev_n - \Delta r_e$ en monnaie

et $\overline{A}_p = \overline{T}_n - \Delta\overline{R}_e$ en temps de travail

d'où $$i_p . i_\varphi = k. \frac{rev_n - \Delta r_e}{\overline{T}_n - \Delta\overline{R}_e} \simeq \frac{rev_n}{\overline{T}_n}$$

Pour aller un peu plus loin, il est intéressant d'examiner comment $\mu_n = 1/\pi_n$ et $\rho = 1/\psi$ peuvent évoluer *à court terme* dans des circonstances économiques exceptionnelles.

Remarquons d'abord que $\rho = 1/\psi$ *ne dépend pas directement du taux de profit des entreprises* (et de l'Etat, etc...). C'est seulement *l'écart* :

$$\Delta r_e - \Delta R_e = rev_e - REV_e$$

entre la valeur transactionnelle et la valeur normative de ces profits ou pertes qui intervient ; *pas le profit principal* car nous avons déjà vu que le repère national des valeurs ajoutées, qui tient compte de ces profits ou pertes, *se cale automatiquement* pour les compenser de telle sorte que la puissance d'achat des particuliers soit approximativement égale à 1, donc sans profits ou pertes *réels en moyenne*, dans les ventes aux particuliers.

Seule subsiste une petite différence :

$$\Delta r_e - \Delta R_e = rev_e - REV_e$$

qui peut ne pas être négligeable à court terme, ou dans des circonstances économiques exceptionnelles.

Remarquons aussi, avant d'étudier l'influence de cet écart, que l'évolution inflationniste *stable et homogène* des agents économiques (entreprises, salariés, Etat, etc...) ne joue pas non plus. En effet :

$$\rho = \frac{A_p}{a_p} = \pi . \frac{\overline{A}_p}{a_p} = \frac{rev_n}{\overline{REV}_n} . \frac{\overline{REV}_p}{rev_p}$$

Donc si l'évolution inflationniste de rev_p est homogène

---

par les dénominateurs des temps de travail unitaires correspondants.

[15] La première formule vient de nos considérations générales sur les indices complémentaires sur un même base évolutive, indépendamment de la théorie générale des valeurs. Les deux autres proviennent de la comptabilité nationale élémentaire.

à celle de rev_n, donc de $(rev_p + rev_e) = rev_n$ les deux fractions inversées se compensent (mais pas dans le produit $i_p.i_\varphi$ qui ne dépend pas de $\psi = 1/\rho$ mais de $\pi.\psi = 1/\mu.\rho$). On peut encore dire que la variation du repère national compense, *au premier ordre*, l'inflation des revenus transactionnels dans $\rho = 1/\psi$.

Nous avons donc éliminé successivement, comme actions principales, ou *variations du premier ordre*, sur la valeur de $\rho = 1/\psi$:

. la productivité i_φ qui n'intervient pas dans l'équation de ρ,
. non seulement le volume des stocks des entreprises, mais le volume de leur seule variation,
. le taux de profits ou pertes des entreprises, dans le partage entre les particuliers, les entreprises, l'Etat, etc...
. l'évolution inflationniste *homogène*,
. la variation du repère national, donc la valeur de la monnaie $\mu = 1/\pi$.

Il ne reste donc comme **variable principale** pour $\rho = 1/\psi$ que **la différence des systèmes d'évaluation** des deux comptabilités simultanées, entre la valeur transactionnelle Δr_e des stocks (et immobilisations) et leur valeur normative $\Delta\overline{R}_e$, mais *exprimée en monnaie* $\Delta R_e = \pi.\Delta\overline{R}_e$ pour être comparable (ou toutes les deux en temps de travail).

Or la valeur normative $\Delta\overline{R}_e$ est une valeur *absolue* et *stable* (en cas de stocks constants), tandis que l'équivalence $\Delta\overline{r}_e = \mu.\Delta r_e$ de la valeur transactionnelle Δr_e est une mesure *contingente* et *variable avec le repère*, **par non-réévaluation des prix de revient**.

Là est la variable principale de $\rho = 1/\psi$: pour les *nouveaux* prix de revient des stocks (et immobilisations) il existe une interaction mathématique entre *la moyenne* des prix de revient et *la moyenne* des prix de vente aux consommateurs qui fait tendre vers 1 la puissance de ces ventes. Cette interaction (réaction ou "feed-back") n'existe plus pour les **anciens prix de revient qui prennent du retard sur l'évolution de la monnaie** (sauf réévaluation correcte), phénomène particulièrement sensible pour les immobilisations amortissables. De telle sorte qu'en économie *fermée*, la puissance d'achat des particuliers est généralement légèrement supérieure à 1, et d'autant plus que l'inflation est plus rapide. Et les entrepreneurs qui ont à renouveler leurs installations et à reconstituer la valeur réelle de leur fonds de roulement le savent bien[16].

Il serait d'ailleurs très intéressant de faire des modèles de **temps de réponse** des prix de revient *moyens* par rapport à l'évolution instantanée des variables qui les composent.

Prenons un exemple très grossier, parce que je n'ai même pas pris le temps de faire le contrôle des ordres de grandeur : celui des événements de mai 1968 en France. Pour les lecteurs peu

---

[16] Ils traduisent intuitivement ce phénomène plutôt par l'expression $(rev_e - REV_e)$ en disant que leurs revenus apparents sont supérieurs à leurs revenus réels.

au courant, je rappelerai que la grève générale a paralysé la France pendant presque tout le mois de mai, et qu'elle s'est terminée par les accords de Grenelle où il a été accordé une augmentation générale de 10 % à tous les salariés. Les particuliers, tout à fait conscients de l'inflation qui en résulterait, se sont précipités pour acheter les stocks aux anciens prix, et la France a été obligée de dévaluer sa monnaie de 12 % en Août 1969. Nous prendrons pour base 1 le mois d'avril 1968 et nous ferons abstraction du mois de mai lui-même, sans activité, et en examinant l'évolution des variables dans les semaines postérieures aux accords de Grenelle.

Supposons donc, avec des chiffres fantaisistes, qu'**en Avril 1968** :

. les salaires et charges sociales, ou revenus équivalents (artisans et professions libérales), c'est à dire les revenus du travail, représentent 80 % du revenu national,
. les autres revenus des particuliers (intêrets, loyers, dividendes et divers) 10%,
. les revenus (profits ou pertes) des entreprises et de l'Etat, etc..., aussi 10 %,
. le revenu national étant ramené à 100 unités pour une période de référence standard (la semaine ou le mois corrigé des jours ouvrables),
. la valeur stable de ρ en avril 1968 était 1,01 par exemple. Soit en raisonnant en indices :

$$\rho_0 = k. \frac{i_\pi}{i_p \,.\, i_\varphi} = 1{,}01$$

d'où $$k = 1{,}01$$

puisque $\mathbf{i}_\pi = \mathbf{i}_p = \mathbf{i}_\varphi = 1$ par hypothèse de départ.

Aussitôt après les accords de Grenelle (fin mai) :

. les revenus du travail et charges sont devenus 88 (+ 10 %),
. les autres revenus des particuliers n'ont pas bougé et sont resté 10,
. les revenus des entreprises (et de l'Etat, etc...) sont devenus 13, soit + 30 % par l'effet d'étalement des frais généraux dans l'énorme volume des achats d'anticipation de juin 1968 sur l'inflation attendue, et par l'augmentation de la recette T.V.A.,
. la productivité de ces ventes a augmenté de 3 % (par exemple) car bien que ces produits soient en stocks, il y a eu un énorme amélioration de la productivité des temps de travail correspondant aux frais généraux répartis sur la vente,
. les prix n'ont pas encore bougé.

L'indice de la monnaie (en supposant les horaires de travail identiques à avril) est devenu :

$$i_\pi = \frac{88 + 10 + 13}{100} = 1{,}11$$

La monnaie a donc perdu de sa valeur *à l'instant des accords de Grenelle*, et probablement (car les chiffres sont fantaisistes) au delà du taux d'augmentation des salaires (à horaire national constant).

La puissance d'achat des particuliers est devenue :

$$\rho = k. \frac{i_\pi}{i_p . i_\varphi} = 1{,}01. \frac{1{,}11}{1{,}03} = 1{,}088$$

car $\rho = 1/\psi$ a bougé fortement dans des circonstances économiques exceptionnelles.

Sa variation par rapport à sa valeur stable supposée $\rho_0 = 1{,}01$ n'est donc que $\frac{1{,}11}{1{,}03} = 1{,}078$, donc plus faible que l'augmentation des salaires (revenus du travail), et même légègèrement plus faible que l'augmentation de tous les les revenus des particuliers ($\frac{88 + 10}{80 + 10} = 1{,}089$).

La puissance de vente du travail (avec charges sociales), à temps de temps de travail supposé égal, n'a pas augmenté et a même légèrement diminué dans cet exemple fantaisiste

$$\frac{sal}{T} = \frac{sal}{\pi . \overline{T}} = \frac{1{,}10}{1{,}11} = 0{,}991$$

Trois mois après (alors que août compte peu en France) :

. les revenus du travail et charges sociales sont toujours à 88,
. les autres revenus des particuliers se sont alignés à + 10 % soit 11,
. les prix commencent à bouger, par exemple à 1,04 en moyenne,
. les revenus des entreprises ont baissé pour revenir à 12 par exemple car, malgré le fort volume, la répercussion des nouveaux prix de revient se fait sentir *plus vite* que la poussée des prix de vente :

$$i_\pi = \frac{88 + 10 + 12}{100} = 1{,}11$$

La monnaie dévaluée dans les faits (mais ni officiellement ni internationalement) se stabilise à 1,11, comme la puissance des salaires à 0,991.

. la productivité reste stable à 1,03.
. la puissance d'achat des particuliers est devenue :

$$\rho = k. \frac{i_\pi}{i_p . i_\varphi} = 1{,}01. \frac{1{,}11}{1{,}04 . 1{,}03} = 1{,}047$$

et nous voyons que ρ retourne déjà vers sa valeur supposée stable à 1,01.

Six mois après :

. les revenus du travail et charges sociales ont à nouveau augmenté, soit 16 % sur avril et sont devenus 80 x 1,16 = 92,8.
. les autres revenus des particuliers sont devenus 11,6 avec la même indexation,
. les revenus des entreprises sont redevenus normaux, mais aussi à l'indice 1,16 sur avril, soit 11,6 d'où :

$$i_\pi = \frac{88 + 11{,}6 + 11{,}6}{100} = 1{,}16$$

et la puissance des salaires est revenue à son origine[17].

---

[17]Elle dépend du taux de profit *moyen* des entreprises, et de l'Etat, etc...

. les prix ont évolué sur avril :
.. à l'indice 1,16 sur toutes les parties du prix de revient, y compris la marge dans notre exemple fantaisiste,
.. indice corrigé par la variation de la productivité, soit 1,04 par exemple. D'où :

$$i_p = \frac{1,16}{1,04} = 1,115$$

et
$$\rho = k.\frac{i_\pi}{i_p . i_\varphi} = \frac{1,01 \times 1,16}{\frac{1,16}{1,04} \times 1,04} = 1,01$$

Donc ρ *est revenu à sa valeur supposée stable* en circonstances économiques normales, même inflationnistes. Le prix du temps a augmenté de 16 % tandis que les prix de détail n'ont augmenté que de 11,5 %. Le différence est *exactement* la variation de la productivité $i_\varphi = 1,04$, car seule la *variation* de ρ, ici redevenue nulle, peut intervenir à court terme.

Cet exemple est grossier, car les proportions et délais sont fantaisistes, mais il permet cependant de bien comprendre le **temps de réponse** des différentes variables, avec la variation brusque de $\rho = 1/\psi$ dans des circonstances économiques exceptionnelles, puis son retour vers sa valeur stable.

On voit aussi qu'en inflation, le prix du temps $\pi = 1/\mu$ *évolue plus vite que les prix à la consommation* qui tiennent compte, en plus, de l'amélioration de la productivité. A l'inverse, si la productivité se détériore à cause des exigences des conditions de travail, des charges sociales et de l'expansion de l'Etat, ce sont au contraire les prix qui vont plus vite que la valeur absolue de la monnaie.

La notion de variation de la valeur de la monnaie à travers de $\pi = 1/\mu$ est donc *différente de l'appréciation habituelle* à travers l'indice des prix qui intègre la variation de la productivité. Car π, qui repose directement sur les temps de travail, est le **point de vue des travailleurs**, tandis que l'indice des prix, avec la variation de la productivité, est le **point de vue des consommateurs**. Et cette théorie relativiste admet évidemment tous les points de vue, mais les calculs se font plus facilement dans le point de vue des travailleurs, car cette théorie de la valeur-travail est très orientée vers les travailleurs.

Il faut simplement retenir que le prix du temps ne conduit pas directement à l'indice des prix, mais à travers

$$\frac{\pi}{i_\varphi} = \frac{1}{\mu . i_\varphi}$$

en négligeant l'influence de ρ, nulle en inflation stable.

Nous terminerons cette analyse théorique en étudiant l'influence de la balance extérieure :

$$be = bc + bt = \Delta m_n \qquad \text{en monnaie}$$

et
$$\overline{BE} = \overline{BC} + \overline{BT} \qquad \text{en temps de travail}$$

dans une économie ouverte où $(bc,\overline{BC})$ est la balance commerciale, et $(bt,\overline{BT})$ la balance du tourisme[18]. Soit[19] :

(I41)
$$\boxed{\rho = \frac{\overline{A}_p}{\overline{a}_p} = \frac{(\overline{T}_n - \overline{BE}) - \Delta\overline{R}_e}{(\overline{T}_n - \overline{BE}) - \Delta\overline{r}_e}}$$

et[20]

(I42)
$$\boxed{i_p . i_\varphi = \frac{k.\pi}{\rho} = k. \frac{rev_n - (be + \Delta r_e)}{\overline{T}_n - (\overline{BE} + \Delta\overline{R}_e)}}$$

On remarque tout d'abord, pour la valeur de $\rho = 1/\psi$, que tout se passe, en économie ouverte, comme si la balance extérieure $\overline{BE}$ en temps de travail était simplement déduite du travail national $\overline{T}_n$, par rapport à l'économie fermée où $\overline{BE} = 0$. C'est à dire que les importations de travail sont ajoutées, tandis que les exportations de travail sont retranchées (il s'agit ici du travail affecté aux richesses importées ou exportées, et non d'importation ou d'exportation de travailleurs).

On se serait douté de cela, mais il est intéressant de noter que la balance des *paiements* en monnaie nationale ou en devises[21] n'intervient pas dans ρ (sauf indirectement sur les possibilités d'importation), pas plus que la balance des *échanges* transactionnels be (sauf indirectement sur la variation des stocks des entreprises Δr_e). Et comme le *solde* $\overline{BE}$ de la balance extérieure en temps de travail, même déséquilibrée, est généralement faible par rapport au travail national $\overline{T}_n$, on voit que la puissance d'achat des particuliers ρ est peu différente de ce qu'elle serait en économie fermée (légèrement supérieure à 1 par retard des prix de revient). Là encore, le repère national *se cale automatiquement* pour obtenir ce résultat.

Il est plus intéressant d'examiner l'influence de la

---

18 Cf. équations générales page 259 et suivantes.

19 Le numérateur est la relation N14 page 272. Pour le dénominateur, on a :

$\overline{a}_p = \Delta\overline{r}_n - \Delta\overline{r}_e$ par t18 page 266

or $\Delta\overline{r}_n = \Delta\overline{R}_n$ par définition du repère national

$= \overline{T}_n - \overline{BE}$ par N12 page 272

20 Le numérateur est la valeur de a_p par la relation t28 jointe à la relation t22 page 266. De plus le multiplicateur π revient à supprimer les barres. Le dénominateur est le numérateur de l'expression de ρ.

21 Cette balance des paiements n'est pas Δm_n = be en monnaie algébrique, car les paiements n'interviennent pas dans nos équations comptables qui ne tiennent pas compte des échéances, ni du nom des tiers débiteurs ou créanciers. La monnaie algébrique se crée ou se détruit dans les échanges avec des richesses, mais pas par les règlements qui ne font que changer les tiers titulaires (système bancaire au lieu du débiteur particulier).

balance extérieure sur i_p.

Nous raisonnerons encore en séparant l'influence des variables, donc d'abord à productivité donnée, puisque cete variable est très connue. Nous remarquerons néanmoins que i_φ n'est pas l'indice de la productivité nationale, mais celle de la productivité des seules ventes *aux particuliers*, influencée par celle des biens ou services intermédiaires, et celle des *importations.* A l'exclusion de la productivité des exportations qui n'intervient, dans ces formules, que par son résultat indirect sur l'équilibre de la balance transactionnelle be, et celle des temps de travail $\overline{BE}$.

Cette remarque est importante pour des pays comme l'URSS où la productivité des armements semble décente, mais où celle des produits de consommation est médiocre ou dérisoire, sans bénéficier d'importations compensatrices. De même que pour les pays dits "à bas salaires" (en fait surtout à basse productivité moyenne)[(22)] où les îlots de productivité moderne sont destinés à l'exportation.

On peut voir aussi que l'expansion de la bureaucratie de l'Etat et des Collectivités Publiques diminue la productivité des achats des particuliers en augmentant indirectement, par les impôts et les cotisations sociales, le temps de travail affecté à chaque richesse destinée aux particuliers. Cette bureancratie augmente donc l'inflation et réduit le niveau de vie, même si l'on tient compte *par ailleurs* des équipements et des services publics gratuits.

Pour les autres variables de cette formule de i_p, regardons d'abord le cas d'un pays dont la balance extérieure *transactionnelle* en monnaie *algébrique* be = Δm_n est équilibrée, soit be = 0. On peut alors écrire :

---

[22]Il existe des pays à bas niveau de vie (quantitatif et qualitatif), mais généralement pas "à bas salaires", tel qu'on le conçoit souvent à travers les taux de change. Dans ces pays la puissance d'achat des particuliers y est, comme ailleurs, proche de 1. La puissance de vente des salaires n'y est légèrement inférieure à 1 que par le profit des entreprises (et de l'Etat, etc...). Même dans ces pays où la politique des salaires est souvent draconnienne par consensus national ou absence de contre-pouvoir ouvrier, les salaires des entreprises modernes sont souvent très supérieurs à la moyenne. Les salaires ne sont pas bas *sur le plan intérieur*, même si le niveau de vie l'est. Ces pays ont seulement une *basse productivité moyenne* (et basse technologie) provoquant un *taux de change défavorable* (quelquefois volontaire) que des îlots de technologie au milieu d'un océan d'artisanat désuet, ne peuvent redresser. Il est vrai aussi que ceux qui y travaillent dans les usines modernes, travaillent beaucoup plus qu'en Occident, et que les salaires *horaires* restent faibles, avec peu de charges sociales, tandis que la productivité n'y a rien à envier à l'Occident.

$$i_p . i_\varphi = k. \frac{rev_n - \Delta r_e}{\overline{T}_n - \Delta \overline{R}_e} . \frac{1}{1 - \dfrac{\overline{BE}}{\overline{T}_n - \Delta \overline{R}_e}}$$

Dans ce cas, seul apparait le diviseur $\left(1 - \dfrac{\overline{BE}}{\overline{T}_n - \Delta \overline{R}_e}\right)$ par rapport à la formule en économie fermée. Or la puissance technologique et commerciale des pays indistrialisés provoque à la fois la puissance des ventes à l'exportation, un taux de change favorable, et la puissance des achats à l'importation (sauf pour le pétrole). Soit :

$$\frac{exp}{EXP} > \frac{imp}{IMP}$$

ou encore $$\frac{\overline{EXP}}{\overline{exp}} - \frac{\overline{IMP}}{\overline{imp}} < 0$$

d'où $\overline{BE} = \overline{EXP} - \overline{IMP} < 0$ si $be = exp - imp = 0$

De ce fait le diviseur $\left(1 - \dfrac{\overline{BE}}{\overline{T}_n - \Delta \overline{R}_e}\right)$ est supérieur à 1 car $\overline{T}_n$ est toujours très supérieur à $\Delta \overline{R}_e$. L'avantage des termes de l'échange extérieur réduit donc l'inflation. Encore qu'on ne triche qu'une fois, comme pour les stocks des entreprises. Car lorsque le diviseur devient stable, il n'influence plus l'indice des prix, et l'avantage acquis - toujours provisoire - ne joue plus que sur le niveau de vie.

Cet avantage de la balance des temps de travail (ou des termes de l'échange en expression classique) est le cas historique des nations occidentales, coloniales ou non, où le niveau de vie[23] a été, et est encore, fortement amélioré par

$\overline{BE} = \overline{BT} + \overline{BC} < 0.$

Mais les balances en temps de travail se détériorent en Occident, depuis la fin des trente glorieuses économiques (1945-1975 ou 1950-1980 selon les auteurs) où elles avaient été particulièrement favorables, participant par là au succès de cette période. Cette détérioration provient de la perte de puissance des nations occidentales, *par transfert de la technologie* qui fait la puissance de ces ventes, au sens de cette théorie. Ces nations ne savent plus exporter, avec de gros profits en valeur-travail, de textile, d'optique, d'electronique grand public, et peut-être bientôt de voitures[24]. Certes elles profitent encore d'importations très favorables, mais la situation se détériore : à quelle puissance achètent-elles des produits japonais comme les appareils photos, quand les Japonais ont acquis un quasi-monopole ? Et le pétrole vendu de plus en plus fortement au dessus de la valeur-travail[25] ?

---

[23]Voir le paragraphe suivant.

[24]Situation en 1992.

[25]L'accalmie actuelle sur les prix du pétrole me parait très trompeuse. Le tarissement rapide de beaucoup de gisements, sauf en

Les transferts de technologie dans les pays "à bas salaires" nous inondent (Occidentaux) de produits bon marché, à notre *profit réel en tant qu'acheteurs*, masquent le phénomène inverse où nous importons plus en plus souvent des produits manufacturés avec une *perte réelle en tant qu'acheteurs*, car après avoir détruit la production occidentale, certains pays sont en mesure de nous imposer la vente ces produits *avec profit réel sur la valeur-travail*, après nous avoir inondé de nos chômeurs, devenus incapables de vendre leur salaire horaire occidental à dix fois le prix mondial ou beaucoup plus.

Car comment peut-on vendre son temps de travail à de tels prix ? En produisant des richesses que les autres ne savent pas produire, ou en le faisant mieux qu'eux : essentiellement par la productivité, la technologie et l'innovation. Mais à tant transférer généreusement la technologie, nos *profits réels de vendeurs* s'effondrent[(26)]. Et notre niveau de vie aussi. Tandis que s'installe un chômage *structurel* quasi définitif[(27)]. Car la production s'automatise et s'informatise : il y aura de moins en moins d'emplois de manoeuvres, et on saura de moins en moins les vendre à dix fois le prix mondial.

Pour les pays encore "à bas salaires" et en voie d'industrialisation rapide, la balance transactionnelle be et la balance des temps de travail $\overline{BE}$ sont généralement toutes deux positives avec :

$$\frac{exp}{EXP} > \frac{imp}{IMP}$$

et $$\frac{\overline{be}}{\overline{BE}} < 1 \qquad \text{où}^{(28)} \quad \overline{PP}_n = \overline{be} - \overline{BE} < 0$$

de telle sorte qu'en période d'industrialisation, l'inflation ne profite pas des termes de l'échange mais est essentiellement contenue par l'augmentation du travail national $\overline{T}_n$ (et par une politique des salaires draconnienne). A terme l'inflation des prix *intérieurs* peut encore être contenue par l'amélioration des termes de l'échange, c'est à dire du taux de change relatif, tout en permettant une augmentation modérée des salaires et du niveau de vie. Ce sont en fait ces pays qui sont les grands bénéficiaires des transferts de technologie.

Pour les pays "en voie de développement", le taux de change est très défavorable parce que la productivité *moyenne* y est très médiocre, comme la puissance de leurs produits (sauf le

---

Arabie Séoudite, va faire flamber les prix avant trente ans ; dans la toute puissance spéculative des détenteurs. Et trente ans c'est demain.

[26] A déjà dix fois le prix mondial au niveau minimum du SMIG, et beaucoup plus pour toute la hierarchie, les profits réels étaient énormes dans les relations avec le tiers monde. Aussi bien à l'importation qu'à l'exportation.

[27] Tandis que le niveau de vie de certains pays en voie de développement monte fortement. C'est sans doute moral, mais il faut être sans illusions et savoir que notre niveau de vie occidental est très menacé par le tiers monde, surtout asiatique. Et qu'on ne s'en tirera pas avec de belles phrases.

[28] Relation N27 page 272.

pétrole et quelques îlots modernes). La balance transactionnelle be = bc + bt est généralement très déficitaire, et la balance des temps de travail $\overline{BE} = \overline{BC} + \overline{BT}$ encore plus. Cette situation artificielle réduit l'inflation et augmente le niveau de vie, tant que les créanciers la supportent. Mais l'effet inverse se produira en créant des drames, quand les créanciers réagiront.

Pour ces pays le raisonnement en temps de travail est indispensable. Investir en industries lourdes, clefs en main, qui coûtent une fortune en temps de travail équivalent au taux de change local, est souvent une ânerie. Il en est souvent de même pour des machines trop sophistiquées, et le simple copiage des pays indistrialisés est une erreur, car la structure de répartition des temps de travail, ainsi que la compétence et la productivité moyenne des salariés, y sont très différente.

Augmenter le temps de travail national *nouveau* $\overline{T}_n$ est l'impératif premier de ces pays, tant pour l'inflation, que pour le niveau de vie et l'équilibre social. Mieux vaut augmenter le travail national (dans la production *marchande*), même pour le marché intérieur et avec une productivité médiocre, que d'importer à grand frais du travail *accumulé* et fourni par d'autres, dans des matériels sophistiqués. De toutes façons le calcul des temps de travail doit être fait à chaque cas. Et il vaut mieux aussi attirer des capitalistes extérieurs, avec leur technologie et leurs capitaux, et qui apportent des emplois, que d'exacerber la fierté de tout vouloir faire nationalement. La perte d'indépendance n'est que provisoire, car la richesse économique des peuples n'est faite que de leur technologie. C'est un des moyens les moins chers de l'importer rapidement (avec aussi le rapatriement des émigrés compétents comme le Maroc l'essaye actuellement en 1992).

Le lecteur comprendra que ces équations extrêmement synthétiques et dont je n'ai pas tiré toutes les conséquences, méritent de grandes réflexions de la part des économistes et des politiques.

6.8 POUVOIR D'ACHAT ET NIVEAU DE VIE

Distinguons bien ces deux notions. Le pouvoir d'achat est potentiel : il est basé sur les revenus, qu'ils soient totalement dépensés ou partiellement épargnés. Le niveau de vie est réel : il est basé sur les achats effectifs des particuliers.

Cette distinction est importante pour les pays capitalistes où les particuliers épargnent (comme en France) ou surconsomment par le crédit (comme aux Etats-Unis). Elle est aussi importante pour les pays socialistes[29] où les salaires distribués sont supérieurs aux marchandises disponibles et où l'épargne forcée, la pénurie et le marché noir (à prendre en compte dans les équations) provoquent une distorsion importante entre le pouvoir d'achat apparent et le niveau de vie réel.

Les équations synthétiques qui vont suivre sont des équations **collectives** pour les particuliers, à répartir entre les parties prenantes selon chaque point de vue : population totale (y compris les enfants et les assistés), salaires seuls, ménages, tous travailleurs, etc... pour obtenir le résultat individuel

---

[29] J'ai écrit ce chapitre en 1982, bien avant la disparition de l'URSS.

moyen. Si les équations sont en valeur, il faudra alors diviser le résultat collectif par la population envisagée. Si les équations sont en indices, il faudra alors diviser l'indice résultant par *l'indice* des effectifs de la population envisagée.

Ces équations théoriques ne tiennent pas compte, non plus, de la répartition entre les différentes catégories sociales de particuliers, qui nécésserait une analyse plus fine. Par exemple entre les salariés, les professions libérales et les entrepreneurs capitalistes en Occident, ou encore entre le peuple, les membres du parti et la nomenklatura, dans les pays "socialistes" ou à parti unique. C'est à dire qu'une analyse plus fine du pouvoir d'achat et du niveau de vie nécéssite l'étude de l'éventail des revenus (*y compris les avantages en nature*) et l'étude des comportements d'achat ou d'épargne, tant quantitatifs que qualitatifs.

Notre ambition se limitera à une approche théorique collective, déjà difficile.

Dans les théories de la valeur-travail, la seule valeur réelle est la valeur-travail, ou valeur absolue de cette théorie. Stricto sensu, le pouvoir d'achat des particuliers est donc :

$$\text{(I43)} \qquad \boxed{\alpha = \overline{REV}_p = \frac{\overline{REV}_p}{\overline{REV}_n}\left(\overline{T}_n + \overline{PP}_n\right)}$$

où $\overline{PP}_n = \overline{be} - \overline{BE}$ représente les profits ou pertes nationaux de la balance extérieure, *en temps de travail*[30].

Cette première équation est déjà intéressance, puisqu'elle montre que le pouvoir d'achat des particuliers est :

- proportionnel à la fraction $\dfrac{\overline{REV}_p}{\overline{REV}_n} = 1 - \dfrac{\overline{REV}_e}{\overline{REV}_n}$ du revenu national qui leur est laissée, en dehors du revenu des entreprises (après impôts et dividendes) et de l'Etat, etc...

  Dans la pratique cette fraction n'est pas très différente du rapport transactionnel $\dfrac{rev_p}{rev_n}$ exprimé en monnaie.

- proportionnel à $(\overline{T}_n + \overline{PP}_n)$, c'est à dire fondamentalement proportionnel au temps de travail national *nouveau* $\overline{T}_n$, terme le plus important. De toutes façons, c'est une fonction croissante de $\overline{T}_n$ et la réduction du temps de travail individuel, qui risque de provoquer une réduction collective[31], est très dangereuse à terme pour le pouvoir d'achat et le niveau de vie, même si elle est compensée à court terme par une réduction provisoire du chômage.

---

[30] Relations N19, N25 et N27 page 272.

[31] Le partage du temps de travail en maintenant les revenus est un leurre, car la hausse des prix de revient qui en résulte crée plus de chômage qu'il n'en résorbe, et seule une dévaluation comptétitive, *avec baisse du niveau de vie*, peut alors résorber le chômage. Ce qu'il faut faire, c'est *partager les revenus, sans réduire les temps de travail individuels.*

. plus ou moins fortement amélioré ou détérioré selon la proportion de PP_n par rapport à T_n,

. indépendant de la balance des *paiements* (à ne pas confondre avec be = Δm_n, balance des *échanges* extérieurs, payés ou non).

Cette définition I43 en valeur absolue a cependant l'inconvénient de ne pas tenir compte de la productivité du travail, ni de la qualité des richesses. Aussi est-on obligé de passer en indices pour introduire ces éléments, dans des formules bâtardes, *par exemple* :

$$\text{(I44)} \qquad i_\alpha = k.\overline{REV}_p.i_\varphi = k.i_\varphi.\frac{\overline{REV}_p}{\overline{REV}_n}(\overline{T}_n + \overline{PP}_n)$$

ou encore $i_\alpha = k.\overline{REV}_p.i_\Phi$ avec i_Φ pondéré par les temps de travail,

ou encore $i_\alpha = k.\overline{REV}_p.i_\varphi.i'$ où i' serait un indice qualitatif,

etc...

On peut aussi approcher le pouvoir d'achat des particuliers par les valeurs monétaires, corrigées par l'indice des prix. Soit, par exemple :

$$\text{(I45)} \qquad i_\alpha = k.\frac{rev_p}{i_p} = k.rev_p.i_\varphi.\frac{\overline{A}_p}{\overline{a}_n}$$

Or sur des périodes annuelles, qui seules importent ici, on a :

$$\frac{A_p}{a_p} \simeq 1 \quad \text{soit} \qquad \frac{\overline{A}_p}{a_p} \simeq \mu = \frac{\overline{REV}_n}{rev_n}$$

d'où

$$\text{(I46)} \qquad i_\alpha \simeq k.i_\varphi.\frac{rev_p}{rev_n}(\overline{T}_n + \overline{PP}_n)$$

formule un peu différente de la formule I44, et que nous retiendrons pour sa plus grande facilité de mesure.

Sous cette formule, on voit aussi que le pouvoir d'achat, tel qu'on le conçoit habituellement, est proportionnel à l'indice de la productivité i_φ des achats des particuliers. On remarquera aussi que la constante k de cette équation a une dimension mathématique :

$$[k] = [T]^{-1}$$

puisque nous avons prix directement la base de mesure $(\overline{T}_n + \overline{PP}_n)$ et non son indice $\dfrac{(\overline{T}_n + \overline{PP}_n)}{(\overline{T}_0 + \overline{PP}_0)}$.

Par ailleurs l'approche du niveau de vie est différente puisqu'il concerne les achats des particuliers et non leurs revenus. Strito sensu, en valeur-travail considérée comme réelle, le niveau de vie est donc[32] :

---

[32]Relation N14 page 272.

(I47) $$\boxed{\nu = \overline{A}_p = \overline{T}_n - \overline{BE} - \Delta\overline{R}_e}$$

Cette première formule du niveau de vie est intéressante, car elle montre que :

- la *variation* des stocks des entreprises (et de l'Etat, etc...) $\Delta\overline{R}_e$ en valeur-travail, vient en déduction du niveau de vie, *qui n'est pas le revenu national* $\overline{REV}_n$ en temps de travail, ni rev_n en monnaie.
- la balance extérieure $\overline{BE}$, en temps de travail, se retranche simplement du travail national $\overline{T}_n$, comme pour l'indice des prix I42 page 478 ou celui du pouvoir d'achat I44 page 484, avec $\overline{PP}_n = \overline{be} - \overline{BE}$. C'est à dire que les importations en temps de travail s'ajoutent, tandis que les exportations se retranchent.
- La balance transactionnelle $\overline{be}$ n'intervient pas dans la formule du niveau de vie I47. C'est à dire que seules les richesses physiques comptent, mais *pas leur valeur transactionnelle et encore moins leur règlement* (tant qu'on trouve des créanciers). Ceci explique que les pays qui s'endettent fortement puissent maintenir - provisoirement - un niveau de vie artificiellement plus élevé, et tombent dans le drame lorsque les créanciers deviennent plus exigeants.

En indices, nous pouvons aussi introduire la productivité et la qualité par des formules bâtardes du genre :

$$i_\nu = k(\overline{T}_n - \overline{BE} - \Delta\overline{R}_e)i_\varphi.i'$$

Mais on peut aussi, comme pour le pouvoir d'achat, partir des formules monétaires, corrigées par l'indice des prix, soit

$$i_\nu = k\frac{a_p}{i_\varphi} = k.\ a_p.i_\varphi\frac{\overline{A}_p}{a_p}$$

ou $$i_\nu = k.i_\varphi.\overline{A}_p = k.i_\varphi(\overline{T}_n - \overline{BE} - \Delta\overline{R}_e)$$

à comparer avec l'indice du pouvoir d'achat :

$$i_\alpha = k.i_\varphi\frac{rev_p}{rev_n}(\overline{T}_n - \overline{BE} + \overline{be})$$

C'est à dire que dans la formule du niveau de vie, la part des entreprises est introduite par $\Delta\overline{R}_e$, tandis que dans la formule du pouvoir d'achat, elle intervient dans le rapport rev_p/rev_n.

D'autres formules théoriques, exactes ou approchées, sont possibles, et je laisserai au lecteur, aux économistes et à leurs ordinateurs, le soin de les étudier, de les transformer, ou de les affiner. Et aux politiques d'en tirer les conséquences.

Car ce chapitre sur les indices n'est qu'un exemple de développement de la nouvelle théorie des valeurs, sans prétendre ni à la certitude ni à l'exhaustivité de ce développement. Je me suis d'ailleurs aperçu que ce chapitre était développable sans la nouvelle théorie, et ses éléments ne peuvent donc ni confirmer ni infirmer cettte théorie. Mais cette dernière apporte néanmoins des concepts nouveaux et une symbolique très puissante qui permettent des trouvailles et des exposés plus synthétiques, en recoupant extraordinairement les concepts et résultats habituels.

Il n'y a pas de conclusion particulière à ce chapitre et la conclusion finale de la nouvelle théorie des valeurs, étant donné son importance, est reportée dans la partie politique, après le résumé de la théorie des valeurs.